

Blatt 10

bitte heften Sie dieses Blatt vor Ihre Aufgaben

Namen						Gruppe	Tutor
1a	b	2a	b	3a	b	Summe	bearbeitet
1	1	1	1	1	1	5 Punkte=100%	

Aufgabe 1

Sei V ein normierter \mathbb{R} -Vektorraum, und sei $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ eine Reihe in V . Zeigen Sie:

- a) Wenn die Reihe konvergent ist, dann ist die Folge der Summanden (a_n) eine Nullfolge.
- b) Wenn $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\|a_{n+1}\|}{\|a_n\|} > 1$, dann ist die Reihe divergent.

Aufgabe 2

Betrachten Sie die Cosinusreihe $\cos(z) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{z^{2n}}{(2n)!}$.

- a) Zeigen Sie, daß die Reihe für alle $z \in \mathbb{C}$ absolut konvergiert.
- b) Damit konvergiert natürlich auch $\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{2n}}{(2n)!}$ absolut. Man zeige: $\cos(2) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{2n}}{(2n)!} < 0$.

Aufgabe 3

Betrachten Sie die Abbildungen $f, g: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, die gegeben sind durch

$$f(x, y) := \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & \text{falls } (x, y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}, \quad g(x, y) := \begin{cases} \frac{x^2y}{x^2+y^2} & \text{falls } (x, y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

- a) Zeigen Sie: f ist nicht stetig in $(0,0)$.
- b) Zeigen Sie: g ist stetig in $(0,0)$.

1 Vorausgesetzt wird also: der Grenzwert dieser Folge existiert und sein Wert ist größer als 1.