Mathematik II, Lineare Algebra und Analysis, SS 2013
M. Hortmann

Blatt 3

bitte heften Sie dieses Blatt vor Ihre Aufgaben

<table>
<tr><th colspan="3">Namen</th><th>Gruppe</th><th>Tutor</th></tr>
<tr><td colspan="3"></td><td rowspan="3"></td><td rowspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>Summe</td><td>bearbeitet</td></tr>
<tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>5 Punkte=100%</td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Aufgabe 1

Für $x=(x_1,\dots,x_n)\in\mathbb{R}^n$ setzt man

$$\|x\|_1:=\sum_{i=1}^{n}|x_i|\ ,\quad \|x\|_2:=\sqrt{\sum_{i=1}^{n}|x_i|^2}\quad \text{und}\quad \|x\|_\infty:=\max_{1\le i\le n}|x_i|$$

Es gilt allgemein: $\forall\, x\in\mathbb{R}^n$: $\|x\|_\infty \leqslant \|x\|_2 \leqslant \|x\|_1 \leqslant n\,\|x\|_\infty$.

Man beweise dies für n=2.

Aufgabe 2

Sei $x_0 \geqslant 3/2$ und $x_{n+1}:=\dfrac{x_n^2+2}{2\,x_n}$. Man zeige:

De Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist nach unten beschränkt und streng monton fallend.

Aufgabe 3

Installieren Sie bei sich das Programmpaket Pari/gp .

Betrachten Sie die komplexe Zahl $q := 0.62 + 0.72\, i$ und die Folge $1, q, q^2, q^3, \ldots$

Ist $x \in \mathbb{C}$, $x = a + b\, i$, so ist der "Absolutbetrag von x" definiert durch $|x| := \sqrt{a^2 + b^2}$.

Berechnen Sie $|q|$.

Man identifiziert $\mathbb{C}$ mit $\mathbb{R}^2$ via $a + bi \leftrightarrow (a, b)$

Lesen Sie die Pari-Dokumentation, insbesondere die kurze "Reference Card" und benutzen Sie die 2d-Plotfunktionen, um den Einheitskreis in $\mathbb{C}$ sowie die Verbindungslinien zwischen aufeinanderfolgenden Folgengliedern bis zum 50. Glied , also den Streckenzug $1 \rightarrow q \rightarrow q^2 \rightarrow q^3 \rightarrow \ldots \rightarrow q^{50}$ visuell darzustellen.

Dokumentieren Sie die von Ihnen benutzte Pari-Befehlssequenz und den Graphik-Output.