

Blatt 1

bitte heften Sie dieses Blatt vor Ihre Lösungen

Namen									Gruppe	Tutor
1a	b	c	d	e	f	g	2	3	Summe	bearbeitet
1	1	1	1	1	1	1	1	1	8 Punkte=100%	

Ein angeordneter Körper K ist ein Körper mit einer totalen Ordnung, so daß gilt:
 $\forall x, y, z \in K: x \leq y \Rightarrow x + z \leq y + z$ und $\forall x, y \in K: 0 \leq x$ und $0 \leq y \Rightarrow 0 \leq xy$.

Aufgabe 1

Sei K ein angeordneter Körper, und $x, y \in K$. Man zeige:

- a) $1 > 0$
- b) $x > 0 \Leftrightarrow -x < 0$
- c) $0 \leq x$ und $y \leq 0 \Rightarrow xy \leq 0$
- d) $x > 0 \Leftrightarrow x^{-1} > 0$
- e) $0 \leq x^2$
- f) $0 \leq x$ und $0 \leq y$ und $x^2 < y^2 \Rightarrow x < y$
- g) $x < y \Rightarrow x < \frac{x+y}{2} < y$

Aufgabe 2

Zum Nachweis der Existenz von $\sqrt{2}$ im vollständigen angeordneten Körper $\mathbb{R}$ wurde in der Vorlesung gezeigt, daß es zu jedem $x \in \mathbb{R}$ mit $x > 0$ und $x^2 > 2$ ein $z \in \mathbb{R}$ gibt mit $0 < z < x$ und $z^2 > 2$, und dazu ein $\epsilon - \delta$ Argument benutzt. Man könnte aber auch einfach $z := \frac{2x+2}{x+2}$ setzen:

Zeigen Sie, daß damit $0 < z < x$ und $z^2 > 2$.

Aufgabe 3

Sei M eine total geordnete Menge, $L \subset M$ eine Teilmenge.

Es gelte $L \cap \overline{S}(L) \neq \emptyset$. Zeigen Sie, daß dann die Menge $L \cap \overline{S}(L)$ nur ein einziges Element enthält¹.

¹ d.h. das Maximum einer Menge L ist eindeutig bestimmt, falls es existiert.