Praktische Informatik 3: Funktionale Programmierung

Vorlesung 8 (06.12.2022): Abstrakte Datentypen

Christoph Lüth

Wintersemester 2022/23

Organisatorisches

- Abgabe des 7. Übungsblattes in Gruppen zu **drei** Studenten.
  - Bitte **jetzt** eine Gruppe suchen!
- Morgen ist **Tag der Lehre**.
  - Tutorien sind **freiwillig**.

Fahrplan

- Teil I: Funktionale Programmierung im Kleinen
- **Teil II: Funktionale Programmierung im Großen**
  - Abstrakte Datentypen
  - Signaturen und Eigenschaften
- Teil III: Funktionale Programmierung im richtigen Leben

Inhalt

- **Abstrakte Datentypen**
  - Allgemeine Einführung
  - Realisierung in Haskell
  - Beispiele

Lernzielen

Wir wollen verstehen, wie und warum wir Datentypen verkapseln.

I. Modularisierung und Abstrakte Datentypen

Warum Modularisierung?

- Übersichtlichkeit der Module — **Lesbarkeit**
- Getrennte Übersetzung — **technische** Handhabbarkeit
- Verkapselung — **konzeptionelle** Handhabbarkeit

Abstrakte Datentypen

Definition (Abstrakter Datentyp)

Ein **abstrakter Datentyp** (ADT) besteht aus einem (oder mehreren) **Typen** und **Operationen** darauf, mit folgenden Eigenschaften:

1. Werte des Typen können nur über die Operationen **erzeugt** werden
2. Eigenschaften von Werten des Typen werden nur über die Operationen **beobachtet**
3. Einhaltung von **Invarianten** über dem Typ kann garantiert werden

Implementation von ADTs in einer Programmiersprache:

- benötigt Möglichkeit der **Kapselung** (Einschränkung der Sichtbarkeit)
- bspw. durch Module oder Objekte

ADTs vs. algebraische Datentypen

- Algebraische Datentypen
  - **Frei erzeugt** durch **Konstruktoren**
  - Keine Einschränkungen
  - Insbesondere keine Gleichheiten der Konstruktoren (`[]` $\neq$ `x:xs`, `x:ls` $\neq$ `y:ls` etc.)
- ADTs:
  - Keine ausgezeichneten Konstruktoren
  - Einschränkungen und Invarianten möglich
  - Gleichheiten möglich

ADTs vs. Objekte

- ADTs (z.B. Haskell): **Typ** plus **Operationen**
- Objekte (z.B. Java): **Interface**, **Methoden**.
- **Gemeinsamkeiten**:
  - Verkapselung (information hiding) der Implementation
- **Unterschiede**:
  - Objekte haben **internen Zustand**, ADTs sind **referentiell transparent**;
  - Objekte haben Konstruktoren, ADTs nicht
  - Vererbungsstruktur auf Objekten (Verfeinerung für ADTs)
  - Java: `interface` eigenes Sprachkonstrukt
  - Java: `packages` für Sichtbarkeit

ADTs in Haskell: Module

- Einschränkung der Sichtbarkeit durch **Verkapselung**
- **Modul**: Kleinste verkapselbare Einheit
- Ein **Modul** umfaßt:
  - **Definitionen** von Typen, Funktionen, Klassen
  - **Deklaration** der nach außen **sichtbaren** Definitionen
- Gleichzeitig: Modul $\hat{=}$ Übersetzungseinheit (getrennte Übersetzung)

Module: Syntax

- Syntax:

```
module Name(Bezeichner) where Rumpf
```

- Bezeichner können leer sein (dann wird alles exportiert)
- Bezeichner sind:
  - **Typen**: `T`, `T(c1,...,cn)`, `T(..)`
  - **Klassen**: `C`, `C(f1,...,fn)`, `C(..)`
  - Andere Bezeichner: **Werte**, **Felder**, **Klassenmethoden**
  - Importierte **Module**: `module M`
- Typsynonyme und Klasseninstanzen bleiben sichtbar
- Module können **rekursiv** sein *(don't try at home)*

Refakturierung im Einkaufsparadies

```
module Shoppe4 where

import Data.Maybe

-- Modellierung der Artikel.

data Apfelsorte = Boskoop | CoxOrange | GrannySmith
                deriving (Eq, Show)

apreis :: Apfelsorte → Int
apreis Boskoop = 55
apreis CoxOrange = 60
apreis GrannySmith = 50

data Kaesesorte = Gouda | Appenzeller
                deriving (Eq, Show)

kpreis :: Kaesesorte → Double
kpreis Gouda = 1450
kpreis Appenzeller = 2200

data Bio = Bio | Konv
         deriving (Eq, Show)

data Artikel =
    Apfel Apfelsorte  | Eier
  | Kaese Kaesesorte  | Schinken
  | Salami           | Milch Bio
  deriving (Eq, Show)

data Menge = Stueck Int | Gramm  Int | Liter  Double
           deriving (Eq, Show)

type Preis = Maybe Int

preis :: Artikel → Menge→ Preis
preis (Apfel a) (Stueck n) = Just (n* apreis a)
preis Eier (Stueck n)      = Just (n* 20)
preis (Kaese k)(Gramm g) = Just (round(fromIntegral g* 1000* kpreis k))
preis Schinken (Gramm g) = Just (div (g* 199) 100)
preis Salami (Gramm g)   = Just (div (g* 199) 100)
preis (Milch bio) (Liter l) =
    Just (round (l* case bio of Bio → 119; Konv → 69))
preis _ _ = Nothing

-- Addition von Mengen
addiere :: Menge→ Menge→ Menge
addiere (Stueck i) (Stueck j)= Stueck (i+ j)
addiere (Gramm g) (Gramm h)  = Gramm (g+ h)
addiere (Liter l) (Liter m)  = Liter (l+ m)
addiere m n = error ("addiere:_"+ show m+ "_und_"+ show n)

-- Posten:
data Posten = Posten Artikel Menge
            deriving (Eq, Show)

cent :: Posten→ Int
cent (Posten a m) = fromMaybe 0 (preis a m) -- gibt keinen Laufzeitfehler!

-- Lagerhaltung:
data Lager = Lager [Posten]
           deriving (Eq, Show)

leeresLager :: Lager
leeresLager = Lager []

suche :: Artikel→ Lager→ Maybe Menge
suche a (Lager ps) =
    listToMaybe [ m | Posten la m← ps,   la == a ]

einlagern :: Artikel→ Menge→ Lager→ Lager
einlagern a m (Lager ps) =
  let  hinein a m [] = [Posten a m]
       hinein a m (Posten al mt:l)
            | a == al    = (Posten a (addiere m mt): l)
            | otherwise = (Posten al mt: hinein a m l)
  in case preis a m of
       Nothing → Lager ps
       _ → Lager (hinein a m ps)

data Einkaufswagen = Ekwg [Posten]
                   deriving (Eq, Show)

leererWagen :: Einkaufswagen
leererWagen = Ekwg []

einkauf :: Artikel→ Menge→ Einkaufswagen→ Einkaufswagen
einkauf a m (Ekwg ps)
  | isJust (preis a m) = Ekwg (Posten a m: ps)
  | otherwise          = Ekwg ps

kasse :: Einkaufswagen→ Int
kasse (Ekwg ps) = sum (map cent ps)

kassenbon :: Einkaufswagen→ String
kassenbon ew@(Ekwg ps) =
  "Bob"s_Audio_Grocery_Shoppe\n\n"+
  "Artikel.....................Menge.........Preis\n"+
  "-------------------------------------------------\n"+
  concatMap artikel ps +
  "-------------------------------------------------\n"+
  "Summe:"+ formatR 31 (showEuro (kasse ew))

artikel :: Posten→ String
artikel p@(Posten a m) =
  formatL 20 (show a) +
  formatR 7  (menge m) +
  formatR 10 (showEuro (cent p)) + "\n"

menge :: Menge→ String
menge (Stueck n) = show n+ "_St"
menge (Gramm g)  = show g+ "_g."
menge (Liter l)  = show l+ "_l."

formatL :: Int→ String→ String
formatL n str = take n (str+ replicate n ' ')

formatR :: Int→ String→ String
formatR n str =
  take n (replicate (n- length str) ' '+ str)

showEuro :: Int→ String
showEuro i =
  show (div i 100) + ","+
  show (mod (div i 10) 10) +
  show (mod i 10)+ "_EUR"

inventur :: Lager→ Int
inventur (Lager l) = sum (map cent l)
```

Refakturierung im Einkaufsparadies

Artikel

```
module Shoppe4 where

import Data.Maybe

-- Modellierung der Artikel.

data Apfelsorte = Boskoop | CoxOrange | GrannySmith
                deriving (Eq, Show)

apreis :: Apfelsorte → Int
apreis Boskoop = 55
apreis CoxOrange = 60
apreis GrannySmith = 50

data Kaesesorte = Gouda | Appenzeller
                deriving (Eq, Show)

kpreis :: Kaesesorte → Double
kpreis Gouda = 1450
kpreis Appenzeller = 2200

data Bio = Bio | Konv
         deriving (Eq, Show)

data Artikel =
   Apfel Apfelsorte  | Eier
  | Kaese Kaesesorte  | Schinken
  | Salami          | Milch Bio
  deriving (Eq, Show)

data Menge = Stueck Int | Gramm Int | Liter Double
           deriving (Eq, Show)

type Preis = Maybe Int

preis :: Artikel → Menge→ Preis
preis (Apfel a) (Stueck n) = Just (n* apreis a)
preis Eier (Stueck n)      = Just (n* 20)
preis (Kaese k)(Gramm g) = Just (round(fromIntegral g* 1000* kpreis k))
preis Schinken (Gramm g) = Just (div (g* 199) 100)
preis Salami (Gramm g)   = Just (div (g* 159) 100)
preis (Milch bio) (Liter l) =
   Just (round (l* case bio of Bio → 119; Konv → 69))
preis _ _ = Nothing

-- Addition von Mengen
addiere :: Menge→ Menge→ Menge
addiere (Stueck i) (Stueck j)= Stueck (i+ j)
addiere (Gramm g) (Gramm h)  = Gramm (g+ h)
addiere (Liter l) (Liter m)  = Liter (l+m)
addiere m n = error ("addiere:_"+ show m+ "_und_"+ show n)

-- Posten:
data Posten = Posten Artikel Menge
            deriving (Eq, Show)

cent :: Posten→ Int
cent (Posten a m) = fromMaybe 0 (preis a m) -- gibt keinen Laufzeitfehler!

-- Lagerhaltung:
data Lager = Lager [Posten]
           deriving (Eq, Show)

leeresLager :: Lager
leeresLager = Lager []
```

```
suche :: Artikel→ Lager→ Maybe Menge
suche a (Lager ps) =
  listToMaybe [ m | Posten la m← ps,  la == a ]

einlagern :: Artikel→ Menge→ Lager→ Lager
einlagern a m (Lager ps) =
  let  hinein a m [] = [Posten a m]
       hinein a m (Posten al mt:l)
          | a == al    = (Posten a (addiere m mt): l)
          | otherwise = (Posten al mt: hinein a m l)
  in case preis a m of
       Nothing → Lager ps
       _ → Lager (hinein a m ps)

data Einkaufswagen = Ewg [Posten]
                   deriving (Eq, Show)

leererWagen :: Einkaufswagen
leererWagen = Ewg []

einkauf :: Artikel→ Menge→ Einkaufswagen→ Einkaufswagen
einkauf a m (Ewg ps)
  | isJust (preis a m) = Ewg (Posten a m: ps)
  | otherwise          = Ewg ps

kasse :: Einkaufswagen→ Int
kasse (Ewg ps) = sum (map cent ps)

kassenbon :: Einkaufswagen→ String
kassenbon ew@(Ewg ps) =
  "Bob's_Audio_Grocery_Shoppe\n\n"+
  "Artikel.....Menge.....Preis\n"+
  "-------------------------------\n"+
  concatMap artikel ps +
  "-------------------------------\n"+
  "Summe:"+ formatR 31 (showEuro (kasse ew))

artikel :: Posten→ String
artikel p@(Posten a m) =
  formatL 20 (show a) +
  formatR 7  (menge m) +
  formatR 10 (showEuro (cent p)) + "\n"

menge :: Menge→ String
menge (Stueck n) = show n+ "_St"
menge (Gramm g)  = show g+ "_g."
menge (Liter l)  = show l+ "_l."

formatL :: Int→ String→ String
formatL n str = take n (str+ replicate n ' ')

formatR :: Int→ String→ String
formatR n str =
  take n (replicate (n- length str) ' '+ str)

showEuro :: Int→ String
showEuro i =
  show (div i 100) + ","+
  show (mod (div i 10) 10) +
  show (mod i 10)+ "_EUR"

inventur :: Lager→ Int
inventur (Lager l) = sum (map cent l)
```

Refakturierung im Einkaufsparadies

```
module Shoppe4 where

import Data.Maybe

-- Modellierung der Artikel.

data Apfelsorte = Boskoop | CoxOrange | GrannySmith
                deriving (Eq, Show)

apreis :: Apfelsorte → Int
apreis Boskoop = 55
apreis CoxOrange = 60
apreis GrannySmith = 50

data Kaesesorte = Gouda | Appenzeller
                deriving (Eq, Show)

kpreis :: Kaesesorte → Double
kpreis Gouda = 1450
kpreis Appenzeller = 2200

data Bio = Bio | Konv
         deriving (Eq, Show)

data Artikel =
   Apfel Apfelsorte  | Eier
  | Kaese Kaesesorte  | Schinken
  | Salami          | Milch Bio
  deriving (Eq, Show)

data Menge = Stueck Int | Gramm Int | Liter Double
           deriving (Eq, Show)

type Preis = Maybe Int

preis :: Artikel → Menge→ Preis
preis (Apfel a) (Stueck n) = Just (n* apreis a)
preis Eier (Stueck n)      = Just (n* 20)
preis (Kaese k)(Gramm g) = Just (round(fromIntegral g* 1000* kpreis k))
preis Schinken (Gramm g) = Just (div (g* 199) 100)
preis Salami (Gramm g)   = Just (div (g* 159) 100)
preis (Milch bio) (Liter l) =
    Just (round (l* case bio of Bio → 119; Konv → 69))
preis _ _ = Nothing

-- Addition von Mengen
addiere :: Menge→ Menge→ Menge
addiere (Stueck i) (Stueck j)= Stueck (i+ j)
addiere (Gramm g) (Gramm h)  = Gramm (g+ h)
addiere (Liter l) (Liter m)  = Liter (l+m)
addiere m n = error ("addiere:_"+ show m+ "_und_"+ show n)

-- Posten:
data Posten = Posten Artikel Menge
            deriving (Eq, Show)

cent :: Posten→ Int
cent (Posten a m) = fromMaybe 0 (preis a m) -- gibt keinen Laufzeitfehler!

-- Lagerhaltung:
data Lager = Lager [Posten]
           deriving (Eq, Show)

leeresLager :: Lager
leeresLager = Lager []
```

Artikel

Posten

```
suche :: Artikel→ Lager→ Maybe Menge
suche a (Lager ps) =
   listToMaybe [ m | Posten la m← ps,  la == a ]

einLagern :: Artikel→ Menge→ Lager→ Lager
einLagern a m (Lager ps) =
  let  hinein a m [] = [Posten a m]
       hinein a m (Posten al mt:l)
           | a == al   = (Posten a (addiere m mt): l)
           | otherwise = (Posten al mt: hinein a m l)
  in case preis a m of
        Nothing → Lager ps
        _ → Lager (hinein a m ps)

data Einkaufswagen = Ewg [Posten]
                   deriving (Eq, Show)

leererWagen :: Einkaufswagen
leererWagen = Ewg []

einkauf :: Artikel→ Menge→ Einkaufswagen→ Einkaufswagen
einkauf a m (Ewg ps)
  | isJust (preis a m) = Ewg (Posten a m: ps)
  | otherwise          = Ewg ps

kasse :: Einkaufswagen→ Int
kasse (Ewg ps) = sum (map cent ps)

kassenbon :: Einkaufswagen→ String
kassenbon ew@(Ewg ps) =
   "Bob's_Auto&_Grocery_Shoppe\n\n"+
   "Artikel_____Menge_____Preis\n"+
   "-------------------------------\n"+
   concatMap artikel ps +
   "-------------------------------\n"+
   "Summe"+ formatR 31 (showEuro (kasse ew))

artikel :: Posten→ String
artikel p@(Posten a m) =
   formatL 20 (show a) +
   formatR 7  (menge m) +
   formatR 10 (showEuro (cent p)) + "\n"

menge :: Menge→ String
menge (Stueck n) = show n+ "_St"
menge (Gramm g)  = show g+ "_g."
menge (Liter l)  = show l+ "_l."

formatL :: Int→ String→ String
formatL n str = take n (str+ replicate n ' ')

formatR :: Int→ String→ String
formatR n str =
   take n (replicate (n- length str) ' '+ str)

showEuro :: Int→ String
showEuro i =
   show (div i 100) + "."+
   show (mod (div i 10) 10) +
   show (mod i 10)+ "_EU"

inventur :: Lager→ Int
inventur (Lager l) = sum (map cent l)
```

Refakturierung im Einkaufsparadies

```
module Shoppe4 where

import Data.Maybe

-- Modellierung der Artikel.

data Apfelsorte = Boskoop | CoxOrange | GrannySmith
                deriving (Eq, Show)

apreis :: Apfelsorte → Int
apreis Boskoop = 55
apreis CoxOrange = 60
apreis GrannySmith = 50

data Kaesesorte = Gouda | Appenzeller
                deriving (Eq, Show)

kpreis :: Kaesesorte → Double
kpreis Gouda = 1450
kpreis Appenzeller = 2200

data Bio = Bio | Konv
         deriving (Eq, Show)

data Artikel =
   Apfel Apfelsorte  | Eier
  | Kaese Kaesesorte  | Schinken
  | Salami          | Milch Bio
  deriving (Eq, Show)

data Menge = Stueck Int | Gramm Int | Liter Double
           deriving (Eq, Show)

type Preis = Maybe Int

preis :: Artikel → Menge→ Preis
preis (Apfel a) (Stueck n) = Just (n* apreis a)
preis Eier (Stueck n)      = Just (n* 20)
preis (Kaese k)(Gramm g) = Just (round(fromIntegral g* 1000* kpreis k))
preis Schinken (Gramm g) = Just (div (g* 199) 100)
preis Salami (Gramm g)   = Just (div (g* 159) 100)
preis (Milch bio) (Liter l) =
   Just (round (l* case bio of Bio → 119; Konv → 69))
preis _ _ = Nothing

-- Addition von Mengen
addiere :: Menge→ Menge→ Menge
addiere (Stueck i) (Stueck j)= Stueck (i+ j)
addiere (Gramm g) (Gramm h)  = Gramm (g+ h)
addiere (Liter l) (Liter m)  = Liter (l+m)
addiere m n = error ("addiere:_"+ show m+ "_und_"+ show n)

-- Posten:
data Posten = Posten Artikel Menge
            deriving (Eq, Show)

cent :: Posten→ Int
cent (Posten a m) = fromMaybe 0 (preis a m) -- gibt keinen Laufzeitfehler!

-- Lagerhaltung:
data Lager = Lager [Posten]
           deriving (Eq, Show)

leereslager :: Lager
leereslager = Lager []
```

Artikel

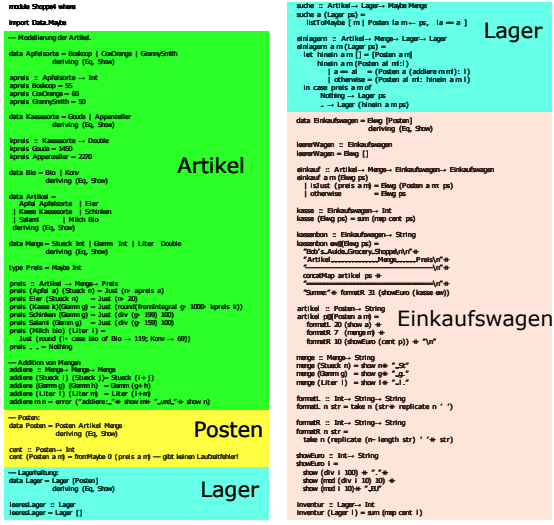
Posten

Lager

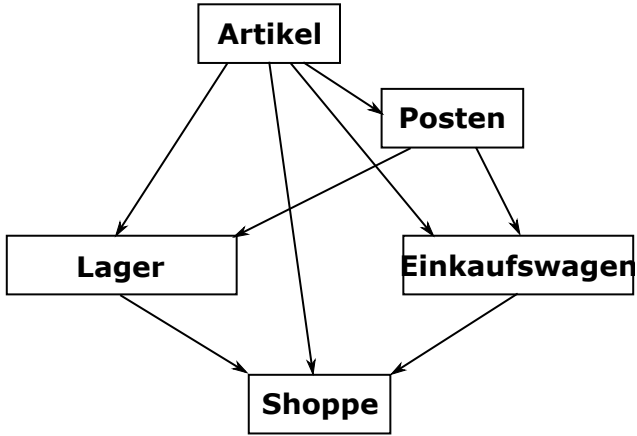
```
suche :: Artikel→ Lager→ Maybe Menge
suche a (Lager ps) =
  listToMaybe [ m | Posten la m← ps,  la == a ]

einlagern :: Artikel→ Menge→ Lager→ Lager
einlagern a m (Lager ps) =
  let hinein a m [] = [Posten a m]
      hinein a m (Posten al mt:l)
        | a == al    = (Posten a (addiere m mt): l)
        | otherwise = (Posten al mt: hinein a m l)
  in case preis a m of
       Nothing → Lager ps
       _ → Lager (hinein a m ps)

data Einkaufswagen = Ewg [Posten]
                   deriving (Eq, Show)

leererWagen :: Einkaufswagen
leererWagen = Ewg []

einkauf :: Artikel→ Menge→ Einkaufswagen→ Einkaufswagen
einkauf a m (Ewg ps)
  | isJust (preis a m) = Ewg (Posten a m: ps)
  | otherwise          = Ewg ps

kasse :: Einkaufswagen→ Int
kasse (Ewg ps) = sum (map cent ps)

kassenbon :: Einkaufswagen→ String
kassenbon ew@(Ewg ps) =
  "Bob's_Auto&_Grocery_Shoppe\n\n"+
  "Artikel_____Menge_____Preis\n"+
  "-------------------------------\n"+
  concatMap artikel ps +
  "-------------------------------\n"+
  "Summe"+ formatR 31 (showEuro (kasse ew))

artikel :: Posten→ String
artikel p@(Posten a m) =
  formatL 20 (show a) +
  formatR 7  (mrge m) +
  formatR 10 (showEuro (cent p)) + "\n"

menge :: Menge→ String
menge (Stueck n) = show n+ "_St"
menge (Gramm g)  = show g+ "_g."
menge (Liter l)  = show l+ "_l."

formatL :: Int→ String→ String
formatL n str = take n (str++ replicate n ' ')

formatR :: Int→ String→ String
formatR n str =
  take n (replicate (n- length str) ' '+ str)

showEuro :: Int→ String
showEuro i =
  show (div i 100) + "."+
  show (mod (div i 10) 10) +
  show (mod i 10)+ "_EU"

inventur :: Lager→ Int
inventur (Lager l) = sum (map cent l)
```

Lager

Refakturierung im Einkaufsparadies



Refakturierung im Einkaufsparadies: Modularchitektur



Refakturierung im Einkaufsparadies I: Artikel

- Es wird **alles** exportiert
- Reine Datenmodellierung

```
module Artikel where

data Apfelsorte = Boskoop | CoxOrange | GrannySmith
apreis :: Apfelsorte → Int

data Kaesesorte = Gouda | Appenzeller
kpreis :: Kaesesorte → Double

data Menge = Stueck Int | Gramm  Int | Liter  Double
addiere :: Menge→ Menge→ Menge
```

Refakturierung im Einkaufsparadies II: Posten

- Implementiert ADT `Posten`:

```
data Posten = Posten Artikel Menge
              deriving (Eq, Show)
```

```
module Posten(
  Posten,
  artikel,
  menge,
  posten,
  cent,
  hinzu) where
```

```
artikel :: Posten → Artikel
artikel (Posten a _) = a
```

  - Konstruktor wird **nicht** exportiert
- Invariante: `Posten` hat immer die korrekte Menge zu Artikel

```
posten :: Artikel→ Menge→ Maybe Posten
posten a m =
  case preis a m of
    Just _  → Just (Posten a m)
    Nothing → Nothing
```

Refakturierung im Einkaufsparadies III: Lager

```
module Lager(
  Lager,
  leeresLager,
  einlagern,
  suche,
  liste,
  inventur
  ) where
```

```
import Artikel
import Posten
```

- Implementiert ADT `Lager`

```
data Lager
```

- Signatur der exportierten Funktionen:

```
leeresLager :: Lager

einlagern :: Artikel→ Menge→ Lager→ Lager

suche :: Artikel→ Lager→ Maybe Menge

liste :: Lager→ [(Artikel, Menge)]

inventur :: Lager→ Int
```

- **Invariante**: `Lager` enthält keine doppelten Artikel

Refakturierung im Einkaufsparadies IV: Einkaufswagen

```
module Einkaufswagen(
  Einkaufswagen,
  leererWagen,
  einkauf,
  kasse,
  kassenbon
  ) where
```

- ADT durch **Verkapselung**:

```
data Einkaufswagen = Ekwg [Posten]
                   deriving (Eq, Show)
```

  - Ein Typsynmonym würde exportiert

- **Invariante**: Korrekte Menge zu Artikel im Einkaufswagen

```
einkauf :: Artikel → Menge → Einkaufswagen
                           → Einkaufswagen
einkauf a m (Ekwg ps) = case posten a m of
  Just p →  Ekwg (p: ps)
  Nothing → Ekwg ps
```

  - Nutzt dazu ADT `Posten`

Refakturierung im Einkaufsparadies V: Hauptmodul

```
module Shoppe where

import Artikel
import Lager
import Einkaufswagen
```

- Nutzt andere Module

```
w0= leererWagen
w1= einkauf (Apfel Boskoop) (Stueck 3) w0
w2= einkauf Schinken (Gramm 50) w1
w3= einkauf (Milch Bio) (Liter 1) w2
w4= einkauf Schinken (Gramm 50) w3
```

Benutzung von ADTs

- **Operationen** und **Typen** müssen **importiert** werden
- Möglichkeiten des Imports:
  - **Alles** importieren
  - **Nur bestimmte** Operationen und Typen importieren
  - Bestimmte Typen und Operationen **nicht** importieren

Importe in Haskell

- Syntax:

```
import [qualified] M [as N] [hiding][(Bezeichner)]
```

- *Bezeichner* geben an, **was** importiert werden soll:
  - Ohne Bezeichner wird alles importiert
  - Mit `hiding` werden Bezeichner **nicht** importiert
- Für jeden exportierten Bezeichner `f` aus `M` wird importiert
  - `f` und qualifizierter Bezeichner `M.f`
  - `qualified`: **nur qualifizierter** Bezeichner `M.f`
  - Umbenennung bei Import mit `as` (dann `N.f`)
  - Klasseninstanzen und Typsynonyme werden immer importiert
- Alle Importe stehen immer am Anfang des Moduls

Beispiel

```
module M(a,b) where
...
```

Import(e)	Bekannte Bezeichner
`import M`	

Beispiel

```
module M(a,b) where
...
```

Import(e)	Bekannte Bezeichner
`import M`	`a`, `b`, `M.a`, `M.b`
`import M()`	

Beispiel

```
module M(a,b) where
...
```

Import(e)	Bekannte Bezeichner
`import M`	`a`, `b`, `M.a`, `M.b`
`import M()`	*(nothing)*
`import M(a)`	

Beispiel

```
module M(a,b) where
...
```

Import(e)	Bekannte Bezeichner
`import M`	`a`, `b`, `M.a`, `M.b`
`import M()`	*(nothing)*
`import M(a)`	`a`, `M.a`
`import qualified M`	

Beispiel

```
module M(a,b) where
...
```

Import(e)	Bekannte Bezeichner
`import M`	`a`, `b`, `M.a`, `M.b`
`import M()`	*(nothing)*
`import M(a)`	`a`, `M.a`
`import qualified M`	`M.a`, `M.b`
`import qualified M()`	

Beispiel

```
module M(a,b) where
...
```

Import(e)	Bekannte Bezeichner
`import M`	`a`, `b`, `M.a`, `M.b`
`import M()`	*(nothing)*
`import M(a)`	`a`, `M.a`
`import qualified M`	`M.a`, `M.b`
`import qualified M()`	*(nothing)*
`import qualified M(a)`	

Beispiel

```
module M(a,b) where
...
```

Import(e)	Bekannte Bezeichner
`import M`	`a`, `b`, `M.a`, `M.b`
`import M()`	*(nothing)*
`import M(a)`	`a`, `M.a`
`import qualified M`	`M.a`, `M.b`
`import qualified M()`	*(nothing)*
`import qualified M(a)`	`M.a`
`import M hiding ()`	

Beispiel

```
module M(a,b) where
...
```

Import(e)	Bekannte Bezeichner
`import M`	`a`, `b`, `M.a`, `M.b`
`import M()`	*(nothing)*
`import M(a)`	`a`, `M.a`
`import qualified M`	`M.a`, `M.b`
`import qualified M()`	*(nothing)*
`import qualified M(a)`	`M.a`
`import M hiding ()`	`a`, `b`, `M.a`, `M.b`
`import M hiding (a)`	

Beispiel

```
module M(a,b) where
...
```

Import(e)	Bekannte Bezeichner
`import M`	`a`, `b`, `M.a`, `M.b`
`import M()`	*(nothing)*
`import M(a)`	`a`, `M.a`
`import qualified M`	`M.a`, `M.b`
`import qualified M()`	*(nothing)*
`import qualified M(a)`	`M.a`
`import M hiding ()`	`a`, `b`, `M.a`, `M.b`
`import M hiding (a)`	`b`, `M.b`
`import qualified M hiding ()`	

Beispiel

```
module M(a,b) where
...
```

Import(e)	Bekannte Bezeichner
`import M`	`a`, `b`, `M.a`, `M.b`
`import M()`	*(nothing)*
`import M(a)`	`a`, `M.a`
`import qualified M`	`M.a`, `M.b`
`import qualified M()`	*(nothing)*
`import qualified M(a)`	`M.a`
`import M hiding ()`	`a`, `b`, `M.a`, `M.b`
`import M hiding (a)`	`b`, `M.b`
`import qualified M hiding ()`	`M.a`, `M.b`
`import qualified M hiding (a)`	

Beispiel

```
module M(a,b) where
...
```

Import(e)	Bekannte Bezeichner
`import M`	`a`, `b`, `M.a`, `M.b`
`import M()`	*(nothing)*
`import M(a)`	`a`, `M.a`
`import qualified M`	`M.a`, `M.b`
`import qualified M()`	*(nothing)*
`import qualified M(a)`	`M.a`
`import M hiding ()`	`a`, `b`, `M.a`, `M.b`
`import M hiding (a)`	`b`, `M.b`
`import qualified M hiding ()`	`M.a`, `M.b`
`import qualified M hiding (a)`	`M.b`
`import M as B`	

Beispiel

```
module M(a,b) where
...
```

Import(e)	Bekannte Bezeichner
`import M`	`a`, `b`, `M.a`, `M.b`
`import M()`	*(nothing)*
`import M(a)`	`a`, `M.a`
`import qualified M`	`M.a`, `M.b`
`import qualified M()`	*(nothing)*
`import qualified M(a)`	`M.a`
`import M hiding ()`	`a`, `b`, `M.a`, `M.b`
`import M hiding (a)`	`b`, `M.b`
`import qualified M hiding ()`	`M.a`, `M.b`
`import qualified M hiding (a)`	`M.b`
`import M as B`	`a`, `b`, `B.a`, `B.b`
`import M as B(a)`	

Beispiel

```
module M(a,b) where
...
```

Import(e)	Bekannte Bezeichner
`import M`	`a`, `b`, `M.a`, `M.b`
`import M()`	*(nothing)*
`import M(a)`	`a`, `M.a`
`import qualified M`	`M.a`, `M.b`
`import qualified M()`	*(nothing)*
`import qualified M(a)`	`M.a`
`import M hiding ()`	`a`, `b`, `M.a`, `M.b`
`import M hiding (a)`	`b`, `M.b`
`import qualified M hiding ()`	`M.a`, `M.b`
`import qualified M hiding (a)`	`M.b`
`import M as B`	`a`, `b`, `B.a`, `B.b`
`import M as B(a)`	`a`, `B.a`
`import qualified M as B`	

Beispiel

```
module M(a,b) where
...
```

Import(e)	Bekannte Bezeichner
`import M`	`a`, `b`, `M.a`, `M.b`
`import M()`	*(nothing)*
`import M(a)`	`a`, `M.a`
`import qualified M`	`M.a`, `M.b`
`import qualified M()`	*(nothing)*
`import qualified M(a)`	`M.a`
`import M hiding ()`	`a`, `b`, `M.a`, `M.b`
`import M hiding (a)`	`b`, `M.b`
`import qualified M hiding ()`	`M.a`, `M.b`
`import qualified M hiding (a)`	`M.b`
`import M as B`	`a`, `b`, `B.a`, `B.b`
`import M as B(a)`	`a`, `B.a`
`import qualified M as B`	`B.a`, `B.b`

Quelle: Haskell98-Report, Sect. 5.3.4

Ein typisches Beispiel

- Modul implementiert Funktion, die auch importiert wird
- Umbenennung nicht immer praktisch
- Qualifizierter Import führt zu **langen** Bezeichnern
- `Einkaufswagen` implementiert Funktionen `artikel` und `menge`, die auch aus `Posten` importiert werden:

```
import Posten hiding (artikel, menge)
import qualified Posten as P(artikel, menge)
```

```
artikel :: Posten→ String
artikel p =
   formatL 20 (show (P.artikel p)) ++
   formatR 7  (menge (P.menge p)) ++
   formatR 10 (showEuro (cent p)) ++ "\n"
```

☞ Siehe Übung 8.1

II. Schnittstelle vs. Implementation

Schnittstelle vs. Implementation

- Gleiche **Schnittstelle** kann unterschiedliche **Implementationen** haben
- Beispiel: (endliche) Abbildungen

Endliche Abbildungen

- Viel gebraucht, oft in Abwandlungen (Hashtables, Sets, Arrays)
- Abstrakter Datentyp für **endliche Abbildungen**:
  - Datentyp

    ```
    data Map α β
    ```

  - Leere Abbildung:

    ```
    empty :: Map α β
    ```

  - Abbildung auslesen:

    ```
    lookup :: Ord α⇒ α→ Map α β→ Maybe β
    ```

  - Abbildung ändern:

    ```
    insert :: Ord α⇒ α→ β→ Map α β→ Map α β
    ```

  - Abbildung löschen:

    ```
    delete :: Ord α⇒ α→ Map α β→ Map α β
    ```

Eine naheliegende Implementation

- Modellierung als Haskell-Funktion:

```
data Map α β = Map (α→ Maybe β)
```

- Damit einfaches `lookup`, `insert`, `delete`:

```
empty = Map (λx→ Nothing)

lookup a (Map s) = s a

insert a b (Map s) = Map (λx→ if x == a then Just b else s x)

delete a (Map s) = Map (λx→ if x == a then Nothing else s x)
```

- Instanzen von Eq, Show **nicht möglich**
- **Speicherleck**: überschriebene Zellen werden nicht freigegeben

Endliche Abbildungen: Anwendungsbeispiel

- Lager als endliche Abbildung:

```
data Lager = Lager (M.Map Artikel Menge)
```

- Artikel suchen:

```
suche a (Lager l) =  M.lookup a l
```

- Ins Lager hinzufügen:

```
einlagern :: Artikel→ Menge→ Lager→ Lager
einlagern a m (Lager l) = case posten a m of
   Just _  → case M.lookup a l of
     Just q  → Lager (M.insert a (addiere m q) l)
     Nothing → Lager (M.insert a m l)
   Nothing → Lager l
```

- Für Inventur fehlt Möglichkeit zur **Iteration**
- Daher: Map als **Assoziativliste**

☞ Siehe Übung 8.2

Map als sortierte Assoziativliste

```
data Map α β = Map { toList :: [(α, β)] }
```

- Invariante: Liste ist in der ersten Komponente aufsteigend sortiert
- `lookup` ist vordefiniert; beim einfügen auch überschreiben;

```
insert :: Ord α⇒ α→ β→ Map α β→ Map α β
insert a v (Map s) = Map (insert' s) where
  insert' []          = [(a, v)]
  insert' s0@((b, w):s) | a > b = (b, w): insert' s
                        | a == b = (a, v): s
                        | a < b = (a, v): s0
```

- ... ist aber **ineffizient** (Zugriff/Löschen in $\mathcal{O}(n)$)
- Deshalb: balancierte Bäume

AVL-Bäume und Balancierte Bäume

AVL-Bäume

Ein Baum ist **ausgeglichen**, wenn

- alle Unterbäume ausgeglichen sind, und
- der Höhenunterschied zwischen zwei Unterbäumen höchstens eins beträgt.

Balancierte Bäume

Ein Baum ist **balanciert**, wenn

- alle Unterbäume balanciert sind, und
- für den linken und rechten Unterbaum l, r gilt:

$$size(l) \leq w \cdot size(r) \quad (1)$$
$$size(r) \leq w \cdot size(l) \quad (2)$$

w — **Gewichtung** (Parameter des Algorithmus)

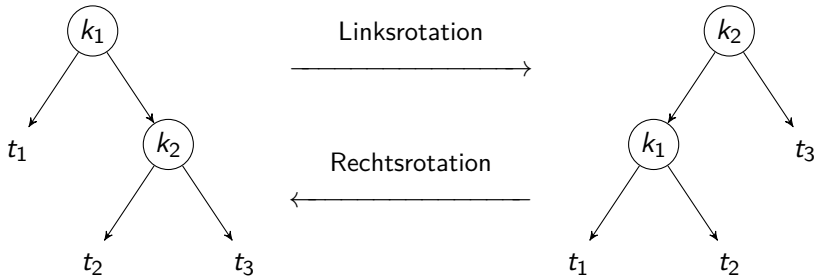
Implementation

- Balanciertheit ist **Invariante**
- Nach Einfügen oder Löschen: Balanciertheit wiederherstellen
- Dabei drei Fälle:
  1. Linker Unterbaum größer $size(l) > w \cdot size(r)$
  2. Rechter Unterbaum größer $size(r) > w \cdots size(l)$
  3. Keiner größer — Baum balanciert

Balanciertheit durch Einfache Rotation

- Sei der rechte Unterbaum größer
- Zwei Unterfälle:
  1. Linkes Enkelkind t_2 größer
  2. Rechtes Enkelkind t_3 größer

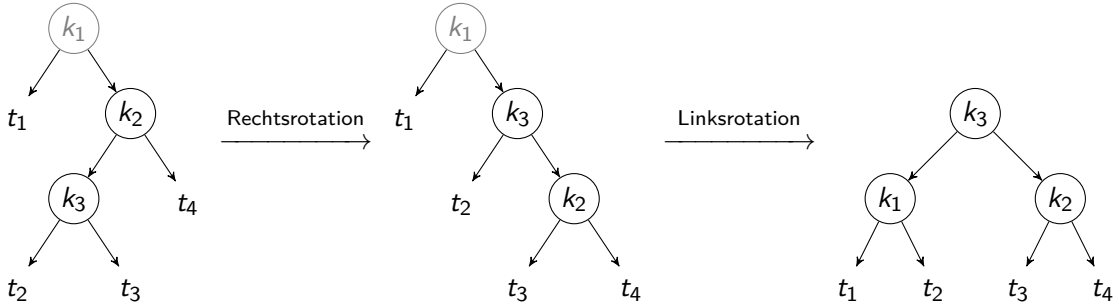
- Einfache **Linksrotation** heilt (2)
- Ansonsten: **Doppelrotation** reduziert (1) zu (2)



Balanciertheit durch Doppelrotation

Falls linkes Enkelkind um Faktor α größer als rechtes:

- Nach einer einfachen Rechtsrotation des Unterbaumes ist rechtes Enkelkind größer
- Danach Linksrotation des gesamten Baumes



Implementation in Haskell

- Der Datentyp

```
data Map α β = Empty
             | Node α β Int (Map α β) (Map α β)
             deriving Eq
```

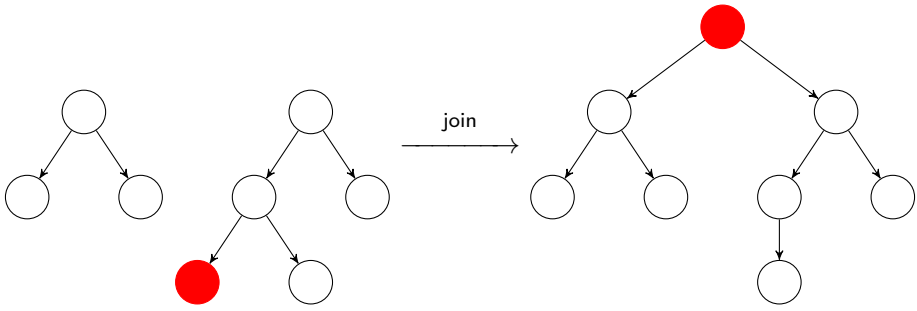
- Parameter:
  - `weight` Gewichtsfaktor w (für Einfachrotation)
  - `ratio` Gewichtsfaktor α (für Doppelrotation)
- Hilfskonstruktor `node`, setzt Größe (`l`, `r` balanciert)
- Selektor `size` für Größe des Baumes (0 für `Empty`)

Hauptfunktion

- `balance k x l r` konstruiert balancierten Baum
  - `l`, `r` sind balanciert und höchstens um einen Knoten unbalanciert
  - Vier Fälle:
    1. Beide Bäume zusammen höchstens einen Knoten $\longrightarrow$ keine Rotation
    2. $w \cdot size(l) < size(r)$: $\longrightarrow$ Linksrotation
    3. $size(l) > w \cdot size(r)$: $\longrightarrow$ Rechtsrotation
    4. Ansonsten: keine Rotation
- `balanceL k x l r` rotiert nach links. Sei r_l und r_r rechter und linker Unterbaum von `r`:
  1. $size(r_l) < \alpha \cdot size(r_r)$, dann einfache Linksrotation
  2. $size(r_l) \geq \alpha \cdot size(r_r)$ dann Doppelrotation (Rechtsrotation `r`, dann Linksrotation)

Hilfsfunktion `join` beim Löschen

- Zwei balancierte Bäume zusammenfügen (nachdem Wurzel gelöscht wurde)
- Linkester Knoten des rechten Unterbaumes wird neue Wurzel
- Mit `balance` wieder ausbalancieren



☞ Siehe Übung 8.3

Zusammenfassung Balancierte Bäume

- Auslesen, einfügen und löschen: logarithmischer Aufwand ($\mathcal{O}(\log n)$)
- Fold: linearer Aufwand ($\mathcal{O}(n)$)
- Guten durchschnittlicher Aufwand
- Auch in der Haskell-Bücherei: `Data.Map` (stark optimiert, mit vielen weiteren Funktionen)

Benchmarking: Setup

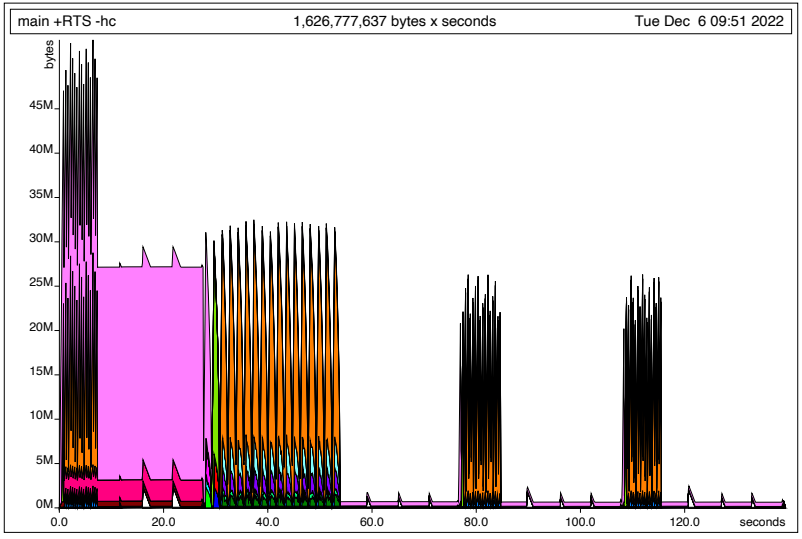
- Wie **schnell** sind die Implementationen **wirklich**?
- Benchmarking: nicht trivial
  - Verzögerte Auswertung und optimierender Compiler
  - Messen wir das **richtige**?
  - Benchmarking-Tool: Criterion
- Setup: `Map Int String` mit 50000 zufälligen Einträgen erzeugen
- Darin:
  - Einmal zufällig lesen (`lookup`), schreiben (`insert`), löschen (`delete`)
  - Sequenz aus fünfmal löschen und schreiben, zweihundertmal lesen (mixed)

Benchmarking: Resultate

	`create`	`lookup`	`insert`	`delete`	mixed
`MapFun`	53,77 ms 6,29 ms	255,20 μs 1,60 μs	7,74 ns 450,40 ps	7,82 ns 33,10 ps	131,60 μs 3,06 μs
`MapList`	2,60 s 17,88 ms	4,35 μs 371,80 ns	28,76 μs 460,10 ns	31,86 μs 656,40 ns	2,21 ms 77,04 μs
`MapTree`	77,93 ms 4,22 ms	196,70 ns 7,53 ns	32,64 μs 788,40 ns	32,23 μs 681,90 ns	261,50 μs 3,39 μs
`Data.Map.Lazy`	63,14 ms 2,13 ms	80,27 ns 2,77 ns	30,56 μs 293,40 ns	31,48 μs 405,60 ns	209,10 μs 2,02 μs

Einträge: durchschnittliche Ausführungszeit, Standardabweichung

Speicherprofil



Defizite von Haskells Modulsystem

- Signatur ist nur **implizit**
  - Exportliste enthält nur Bezeichner
  - Wünschenswert: Signatur an der Exportliste annotierbar, oder Signaturen in separater Datei
  - In Java: **Interfaces**
- Klasseninstanzen werden **immer** exportiert.
- Kein **Paket-System**

Zusammenfassung

- **Abstrakte Datentypen** (ADTs):
  - Besteht aus **Typen** und **Operationen** darauf
- Realisierung in Haskell durch **Module**
- Beispieldatentypen: endliche Abbildungen
- Nächste Vorlesung: ADTs durch **Eigenschaften** spezifizieren