Praktische Informatik 3

Einführung in die Funktionale Programmierung

Vorlesung vom 19.12.2006: Striktheit und unendliche Datenstrukturen

Christoph Lüth

WS 06/07

Inhalt

- *Strikte* und *nicht-strikte* Funktionen
  - ... und was wir davon haben.
- Unendliche Datenstrukturen
  - ... und wozu sie nützlich sind.
- Fallbeispiel: Parserkombinatoren

Striktheit

Def: Funktion `f` ist *strikt* in einem *Argument* `x` gdw.

$$\texttt{x} \equiv \bot \Longrightarrow \texttt{f(x)} \equiv \bot$$

- `(+)` *strikt* in *beiden* Argumenten.
- `(&&)` *strikt* im *ersten*, *nicht-strikt* im *zweiten*.
  `False && error` $\rightsquigarrow$ `False`
- `second` *nicht-strikt* im *ersten*:

  ```
  second a b = b
  ```

  `second undefined 3` $\rightsquigarrow$ 3
- Zeigen.

Verzögerte Auswertung

- Auswertung: *Reduktion* von Gleichungen
  - *Strategie*: Von *außen* nach *innen*; von *links* nach *rechts*.
- *Effekt*:
  - *call-by-need* Parameterübergabe,
  - *nichtstriktheit* Funktionen
- *Haskell* ist
  - als *nicht-strikt spezifiziert*
  - (meist) mit *verzögerter Auswertung implementiert*.

Verzögerte Auswertung: Beispiele

- Beispiel:

  `second (fac 4) (fac 3)` $\rightsquigarrow$ `fac 3` $\rightsquigarrow$ 6

  `3+ second undefined 4` $\rightsquigarrow$ `3+ 4` $\rightsquigarrow$ 7
- *Erstes Argument* von `second` wird *nicht ausgewertet*.
- *Zweites Argument* von `second` wird erst im *Funktionsrumpf* ausgewertet.

Datenorientierte Programme

Nichtstriktheit führt zur *Datenorientierung*

- Berechnung der Summe der Quadrate von `1` bis `n`:

  ```
  sqrsum n = sum (map (^2) [1..n])
  ```

  $\Longrightarrow$ Es werden *keine Listen* von *Zwischenergebnissen* erzeugt.
- Minimum einer Liste durch

  ```
  min' :: Ord a=> [a]-> a
  min' xs = head (msort xs)
  ```

  $\Longrightarrow$ Liste wird *nicht vollständig sortiert* — *binäre Suche*.

Unendliche Datenstrukturen: Ströme

- *Ströme* sind *unendliche Listen*.
  - *Unendliche* Liste `[2,2,2,...]`

    ```
    twos = 2 : twos
    ```
  - Liste der *natürlichen Zahlen*:

    ```
    nat  = [1..]
    ```
  - Bildung von *unendlichen Listen*:

    ```
    cycle :: [a]-> [a]
    cycle xs = xs ++ cycle xs
    ```
- *Repräsentation* durch endliche, zyklische Datenstruktur
  - Kopf wird nur *einmal* ausgewertet. Zeigen.

    ```
    cycle (trace "Foo!" [5])
    ```
- *Nützlich* für Listen mit *unbekannter Länge*

Bsp: Berechnung der ersten n Primzahlen

- Eratosthenes — aber bis wo sieben?
- Lösung: Berechnung *aller* Primzahlen, davon die *ersten* n.

  ```
  sieve :: [Integer]-> [Integer]
  sieve (p:ps) =
    p:(sieve (filter (\n-> n `mod` p /= 0) ps))
  ```
- *Keine* Rekursionsverankerung (vgl. alte Version)

  ```
  primes :: [Integer]
  primes = sieve [2..]
  ```
- Von allen Primzahlen die *ersten*:

  ```
  nprimes :: Int-> [Integer]
  nprimes n = take n primes
  ```

Testen.

Bsp: Fibonacci-Zahlen

- Aus der Kaninchenzucht.
- Sollte jeder Informatiker kennen.

```
fib :: Integer-> Integer
fib 0 = 1
fib 1 = 1
fib n = fib (n-1)+ fib (n-2)
```

- *Problem*: *exponentieller Aufwand*.

Bsp: Fibonacci-Zahlen

- *Lösung*: zuvor berechnete *Teilergebnisse wiederverwenden*.
- Sei `fibs :: [Integer]` Strom aller Fib'zahlen:

```
             fibs  1  1  2  3  5  8 13 21 34 55
        tail fibs  1  2  3  5  8 13 21 34 55
tail (tail fibs)  2  3  5  8 13 21 34 55
```

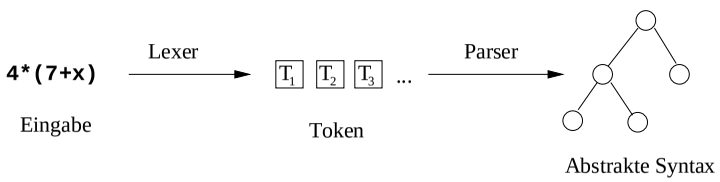
- Damit ergibt sich:

```
fibs :: [Integer]
fibs = 1 : 1 : zipWith (+) fibs (tail fibs)
```

- `n`-te Fibonaccizahl mit `fibs !! n` Zeigen.
- *Aufwand*: *linear*, da `fibs` nur einmal ausgewertet wird.

Fallstudie: Parsierung

- Gegeben: *Grammatik*
- Gesucht: Funktion, die *Wörter* der Grammatik *erkennt*



Parser

- *Parser* bilden Eingabe auf Parsierungen ab
  - *Mehrere Parsierungen* möglich
  - *Backtracking* möglich
  - Durch *verzögerte Auswertung* dennoch *effizient*
- *Basisparser* erkennen *Terminalsymbole*
- *Parserkombinatoren* erkennen *Nichtterminalsymbole*
  - *Sequenzierung* (erst A, dann B)
  - *Alternierung* (entweder A oder B)
  - *Abgeleitete* Kombinatoren (z.B. *Listen* A^*, *nicht-leere* Listen A^+)

Grammatik für Arithmetische Ausdrücke

$$
\begin{array}{rcl}
\mathit{Expr} & ::= & \mathit{Term} + \mathit{Term} \mid \mathit{Term} - \mathit{Term} \mid \mathit{Term} \\
\mathit{Term} & ::= & \mathit{Factor} * \mathit{Factor} \mid \mathit{Factor} \,/\, \mathit{Factor} \mid \mathit{Factor} \\
\mathit{Factor} & ::= & \mathit{Number} \mid \mathit{Variable} \mid (\mathit{Expr}) \\
\mathit{Number} & ::= & \mathit{Digit}^+ \\
\mathit{Digit} & ::= & 0 \mid \cdots \mid 9 \\
\mathit{Var} & ::= & \mathit{Char}^+ \\
\mathit{Char} & ::= & \mathtt{a} \mid \cdots \mid \mathtt{z} \mid \mathtt{A} \mid \cdots \mid \mathtt{Z}
\end{array}
$$

Abstrakte Syntax für Arithmetische Ausdrücke

- Zur Grammatik *abstrakte Syntax* (siehe VL 05.12.06)

```
data Expr   = Plus  Expr Expr
            | Minus Expr Expr
            | Times Expr Expr
            | Div   Expr Expr
            | Number Int
            | Var String
            deriving (Eq, Show)
```

- Hier Unterscheidung `Term`, `Factor`, `Number` unnötig.

Modellierung in Haskell

Welcher *Typ* für Parser?

- Parser übersetzt *Token* in *abstrakte Syntax*
- Parametrisiert über *Eingabetyp* (Token) `a` und *Ergebnis* `b`
- Müssen *mehrdeutige Ergebnisse* modellieren
- Müssen *Rest der Eingabe* modellieren

```
type Parse a b = [a]-> [(b, [a])]
```


Basisparser

- Erkennt *nichts*:

```
none :: Parse a b
none = const []
```

- Erkennt *alles*:

```
suceed :: b-> Parse a b
suceed b inp = [(b, inp)]
```

- Erkennt *einzelne Zeichen*:

```
token :: Eq a=> a-> Parse a a
token t = spot (== t)
spot  :: (a-> Bool)-> Parse a a
spot p []     = []
spot p (x:xs) = if p x then [(x, xs)] else []
```

Basiskombinatoren

- *Alternierung*:

```
infixl 3 ‘alt‘
alt :: Parse a b-> Parse a b-> Parse a b
alt p1 p2 i = p1 i ++ p2 i
```

- *Sequenzierung*:
  - Rest des ersten Parsers als Eingabe für den zweiten

```
infixl 5 >*>
(>*>) :: Parse a b-> Parse a c-> Parse a (b, c)
(>*>) p1 p2 i = [((y, z), r2) | (y, r1) <- p1 i,
                                (z, r2) <- p2 r1]
```


Basiskombinatoren

- *Ausgabe* weiterverarbeiten:

```
infix 4 ‘use‘
use :: Parse a b-> (b-> c)-> Parse a c
use p f inp = [(f x, r) | (x, r)<- p inp]
```

- Damit z.B. Sequenzierung *rechts*/*links*:

```
infixl 5 *>, >*
(*>) :: Parse a b-> Parse a c-> Parse a c
(>*) :: Parse a b-> Parse a c-> Parse a b
p1 *> p2 = p1 >*> p2 ‘use‘ snd
p1 >* p2 = p1 >*> p2 ‘use‘ fst
```


Abgeleitete Kombinatoren

- *Listen*: $A^* ::= AA^* \mid \varepsilon$

```
list :: Parse a b-> Parse a [b]
list p = p >*> list p ‘use‘ uncurry (:)
         ‘alt‘ suceed []
```

- *Nicht-leere* Listen: $A^+ ::= AA^*$

```
some :: Parse a b-> Parse a [b]
some p = p >*> list p ‘use‘ uncurry (:)
```

- NB. Präzedenzen: `>*>` (5) vor `use` (4) vor `alt` (3)

Einschub: Präzedenzen der Operatoren in Haskell

Höchste Priorität: Funktionsapplikation

```
infixr 9  .
infixr 8  ^, ^^, **
infixl 7  *, /, ‘quot‘, ‘rem‘, ‘div‘, ‘mod‘
infixl 6  +, -
infixr 5  :
infix  4  ==, /=, <, <=, >=, >
infixr 3  &&
infixr 2  ||
infixl 1  >>, >>=
infixr 1  =<<
infixr 0  $, $!, ‘seq‘
```


Parsierung Arithmetischer Ausdrücke

- Token: `Char`
- Parsierung von `Expr`

```
pExpr :: Parse Char Expr
pExpr = pTerm >* token ’+’ >*> pTerm ‘use‘ uncurry Plus
  ‘alt‘ pTerm >* token ’-’ >*> pTerm ‘use‘ uncurry Minus
  ‘alt‘ pTerm
```

- Parsierung von `Term`

```
pTerm :: Parse Char Expr
pTerm = pFactor >* token ’*’ >*> pFactor ‘use‘ uncurry Times
  ‘alt‘ pFactor >* token ’/’ >*> pFactor ‘use‘ uncurry Div
  ‘alt‘ pFactor
```


Parsierung Arithmetischer Ausdrücke

- Parsierung von `Factor`

```
pFactor :: Parse Char Expr
pFactor = some (spot isDigit) ‘use‘ Number. read
    ‘alt‘ some (spot isAlpha) ‘use‘ Var
    ‘alt‘ token ’(’ *> pExpr >* token ’)’
```


Die Hauptfunktion

- Lexing: *Leerzeichen* aus der Eingabe *entfernen*
- Zu prüfen:
  - Parsierung *konsumiert* Eingabe
  - Keine *Mehrdeutigkeit* Testen.

```
parse :: String-> Expr
parse i =
  case filter (null. snd)
         (pExpr (filter (not.isSpace) i)) of
     [] -> error "Input does not parse."
     [(e, _)] -> e
     _  -> error "Input is ambiguous."
```


Ein kleiner Fehler

- *Mangel:* 3+4+5 führt zu *Syntaxfehler* — Fehler in der *Grammatik*
- Behebung: *Änderung* der Grammatik

$$
\begin{array}{rcl}
\mathit{Expr} & ::= & \mathit{Term} + \mathrm{Expr} \mid \mathit{Term} - \mathrm{Expr} \mid \mathit{Term} \\
\mathit{Term} & ::= & \mathit{Factor} * \mathrm{Term} \mid \mathit{Factor} \,/\, \mathrm{Term} \mid \mathit{Factor} \\
\mathit{Factor} & ::= & \mathit{Number} \mid \mathit{Variable} \mid (\mathit{Expr}) \\
\mathit{Number} & ::= & \mathit{Digit}^+ \\
\mathit{Digit} & ::= & \mathtt{0} \mid \cdots \mid \mathtt{9} \\
\mathit{Var} & ::= & \mathit{Char}^+ \\
\mathit{Char} & ::= & \mathtt{a} \mid \cdots \mid \mathtt{z} \mid \mathtt{A} \mid \cdots \mid \mathtt{Z}
\end{array}
$$

  - (vergleiche alt)
- *Abstrakte Syntax* bleibt

Änderung des Parsers

- Entsprechende Änderung des Parsers in `pExpr`

```
pExpr :: Parse Char Expr
pExpr = pTerm >* token '+' >*> pExpr `use` uncurry Plus
  `alt` pTerm >* token '-' >*> pExpr `use` uncurry Minus
  `alt` pTerm
```

- ... und in `pTerm`:

```
pTerm :: Parse Char Expr
pTerm = pFactor >* token '*' >*> pTerm `use` uncurry Times
  `alt` pFactor >* token '/' >*> pTerm `use` uncurry Div
  `alt` pFactor
```

  - (vergleiche alt)
- `pFactor` und Hauptfunktion bleiben. Testen.

Zusammenfassung Parserkombinatoren

- *Systematische Konstruktion* des Parsers aus der Grammatik.
- *Abstraktion* durch Funktionen höherer Ordnung.
- Durch verzögerte Auswertung *annehmbare Effizienz*:
  - Grammatik muß *eindeutig* sein (LL(1) o.ä.)
  - Vorsicht bei *Mehrdeutigkeiten*!
  - Effizient implementierte *Büchereien* mit *gleicher Schnittstelle* auch für *große Eingaben* geeignet.

Zusammenfassung

- *Verzögerte Auswertung* erlaubt *unendliche Datenstrukturen*
  - Zum Beispiel: Ströme (unendliche Listen)
- *Parserkombinatoren*:
  - *Systematische Konstruktion* von Parsern
  - Durch verzögerte Auswertung *annehmbare Effizienz*

Fröhliche Weihnachten!