

2. Übungsblatt

Ausgabe: 15.04.26**Abgabe:** 22.04.26 10:00

Die Lösungen bitte in der Vorlage `uebung-02.md` eintragen und diese in Eurem Repository rechtzeitig committen und hochladen.

2.1 Alles wahr oder was?

In der Vorlesung haben wir für aussagenlogische Formeln die semantischen Begrifflichkeiten *unerfüllbar*, *erfüllbar*, und *tautologisch* eingeführt. Geben Sie für folgende Formeln an was für sie gilt und begründen Sie Ihre Antworten:

- (a) A
- (b) \perp
- (c) \top
- (d) $A \rightarrow A$
- (e) $A \rightarrow (A \vee B)$
- (f) $\neg(A \wedge \neg A)$
- (g) $(A \rightarrow C) \vee ((A \wedge (C \wedge \neg C)) \rightarrow D)$

2.2 Widerlegt

Wir definieren, dass eine Formeln φ widerlegbar ist, wenn es eine Belegung $v : \text{atoms}(\varphi) \rightarrow \mathbb{B}$ gibt, so dass $\llbracket \varphi \rrbracket = 0$. Beantworten Sie folgende Fragen und begründen Sie Ihre Antwort mathematisch unter Verwendung der Notation der Auswertung von Formeln $\llbracket - \rrbracket$. Falls Sie sich für *nicht bestimmbar* entscheiden, geben Sie über die Begründung Ihrer Antwort hinaus an, unter welchen Umständen sie widerlegbar bzw. nicht widerlegbar ist.

- (a) Wenn φ unerfüllbar ist, dann ist φ widerlegbar / nicht widerlegbar / nicht bestimmbar ?
- (b) Wenn φ erfüllbar ist, dann ist φ widerlegbar / nicht widerlegbar / nicht bestimmbar ?
- (c) Wenn φ tautologisch ist, dann ist φ widerlegbar / nicht widerlegbar / nicht bestimmbar ?

2.3 Exklusiv!

Am Anfang der Vorlesung haben wir zwei mögliche Definitionen der ausschließenden Disjunktion gesehen:

$$\phi \dot{\vee} \psi \longleftrightarrow \neg(\phi \longleftrightarrow \psi) \tag{1}$$

$$\phi \dot{\vee} \psi \longleftrightarrow (\phi \vee \psi) \wedge \neg(\phi \wedge \psi) \tag{2}$$

Zeige durch Äquivalenzumformung wie in der Vorlesung, dass beide äquivalent sind, d. h. zeige

$$\neg(\phi \longleftrightarrow \psi) \approx (\phi \vee \psi) \wedge \neg(\phi \wedge \psi)$$

Gehe Schritt für Schritt vor; wende pro Schritt genau eine Äquivalenz an und gebe diese dabei an.