

Einführung in die Formale Logik

Vorlesung 10 vom 11.05.23

Korrektheit und Vollständigkeit I

Serge Autexier, Christoph Lüth

Universität Bremen

Sommersemester 2023

Aufwärmübung

Ein Student schrieb:

Ich hab eine Frage zum aktuellen Übungsblatt.

Dort sollen wir durch natürliches Schließen zeigen, dass:

$$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg A \rightarrow \neg B)$$

ein Theorem ist.

Nach meinen Verständnis ist dies jedoch kein Theorem. Die Belegung
 $v=[A \mapsto 1, B \mapsto 0]$ ergibt einen Widerspruch.

- ▶ Warum ist das richtig, aber die Argumentation lückenhaft?

Aufwärmübung

Ein Student schrieb:

Ich hab eine Frage zum aktuellen Übungsblatt.

Dort sollen wir durch natürliches Schließen zeigen, dass:

$$(A \rightarrow B) \leftrightarrow (\neg A \rightarrow \neg B)$$

ein Theorem ist.

Nach meinen Verständnis ist dies jedoch kein Theorem. Die Belegung
 $v=[A \mapsto 1, B \mapsto 0]$ ergibt einen Widerspruch.

- ▶ Warum ist das richtig, aber die Argumentation lückenhaft?
- ▶ Was ist der Unterschied zwischen einer lückenhaften Argumentation und einer falschen Behauptung?

Eine Beispielableitung

$$\frac{\frac{[(P \vee Q) \wedge \neg P]^1}{P \vee Q} \wedge E_L \quad \frac{[P]^2 \quad \frac{[(P \vee Q) \wedge \neg P]^1}{\neg P} \wedge E_R}{\perp \overline{Q} \perp} \neg E}{Q} [Q]^2 \vee E^2}{(P \vee Q) \wedge \neg P \longrightarrow Q} \longrightarrow I^1$$

Eine Beispielableitung (minimale Version)

$$\frac{\frac{[P]^3 \quad \frac{[\neg(\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg P]^1}{\frac{\perp}{\neg P}} \wedge E_R}{\perp Q \perp} \neg E}{\frac{[\neg Q]^2}{\frac{\perp}{\neg P} \neg I^3} \neg E} \quad \frac{[Q]^4 \quad [\neg Q]^2}{\frac{\perp}{\neg Q} \neg I^4} \neg E$$
$$\frac{[\neg(\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg P]^1}{\frac{\perp}{\neg(\neg P \wedge \neg Q)} \wedge E_L} \wedge E$$
$$\frac{\frac{\frac{\frac{\frac{\perp}{Q} raa^2}{\neg(\neg P \wedge \neg Q) \wedge \neg P \longrightarrow Q} \longrightarrow I^1}{\perp}{\neg P \wedge \neg Q \neg E}}{\perp}{\neg P \neg I^3} \neg E}$$