

Einführung in die Formale Logik

Vorlesung 4 vom 20.04.23

Aussagenlogik III

Serge Autexier, Christoph Lüth

Universität Bremen

Sommersemester 2023

Zum Warmwerden

Wir haben über das exklusive Oder schon gesprochen.

- ▶ Welche Wahrheitstabelle kann der entsprechende Operator $\dot{\vee}$ haben?
- ▶ Und wie können wir $\phi \dot{\vee} \psi$ mit den anderen Operatoren ausdrücken?

Beweis durch Umformen

Ein typischer Beweis:

$$\begin{aligned} & x^2 - 8 \cdot x + 12 = 0 \\ \iff & x^2 - 2 \cdot 4 \cdot x + 16 - 4 = 0 \\ \iff & (x - 4)^2 - 4 = 0 \\ \iff & (x - 4)^2 = 4 \\ \iff & (x - 4) = 2 \vee (x - 4) = -2 \\ \iff & x = 6 \vee x = 2 \end{aligned}$$

Äquivalenzen I

$$(\phi \wedge \psi) \wedge \sigma \approx \phi \wedge (\psi \wedge \sigma)$$

$$(\phi \vee \psi) \vee \sigma \approx \phi \vee (\psi \vee \sigma)$$

$$\phi \wedge \psi \approx \psi \wedge \phi$$

$$\phi \vee \psi \approx \psi \vee \phi$$

$$\phi \wedge (\psi \wedge \sigma) \approx (\phi \wedge \psi) \vee (\phi \wedge \sigma)$$

$$\phi \vee (\psi \wedge \sigma) \approx (\phi \vee \psi) \wedge (\phi \vee \sigma)$$

$$\neg(\phi \wedge \psi) \approx \neg\phi \vee \neg\psi$$

$$\neg(\phi \vee \psi) \approx \neg\phi \wedge \neg\psi$$

$$\phi \wedge \phi \approx \phi$$

$$\phi \vee \phi \approx \phi$$

$$\neg\neg\phi \approx \phi$$

$$\phi \wedge \perp \approx \perp$$

$$\phi \vee \perp \approx \phi$$

$$\phi \wedge \top \approx \phi$$

$$\phi \vee \top = \top$$

$$\models \phi \text{ gdw } \models \phi \approx \top$$

Äquivalenzen II

$$(\phi \longleftrightarrow \psi) \approx (\phi \rightarrow \psi) \wedge (\psi \rightarrow \phi)$$

$$(\phi \rightarrow \psi) \approx (\neg \phi \vee \psi)$$

$$\phi \vee \psi \approx (\neg \phi \rightarrow \psi)$$

$$\phi \wedge \psi \approx \neg(\neg \phi \vee \neg \psi)$$

$$\phi \vee \psi \approx \neg(\neg \phi \wedge \neg \psi)$$

$$\neg \phi \approx (\phi \rightarrow \perp)$$

$$\perp \approx (\phi \wedge \neg \phi)$$