Korrekte Software: Grundlagen und Methoden
Vorlesung 12 vom 27.06.24
Referenzen

Serge Autexier, Christoph Lüth

Universität Bremen

Sommersemester 2024

Organisatorisches

- Prüfungstermine:
- 04.07.2024, 16:00
- August/Anfang September

Fahrplan

- Einführung
- Operationale Semantik
- Denotationale Semantik
- Äquivalenz der Operationalen und Denotationalen Semantik
- Der Floyd-Hoare-Kalkül
- Invarianten im Floyd-Hoare-Kalkül
- Korrektheit des Floyd-Hoare-Kalküls
- Strukturierte Datentypen
- Verifikationsbedingungen
- Funktionen und Prozeduren I
- Funktionen und Prozeduren II
- Referenzen
- Ausblick und Rückblick

Motivation

- Warum Referenzen?
  - Nötig für *call by reference*
  - Funktionen können sonst nur **globale** Seiteneffekte haben
  - Effizienz
- Kurze Begriffsklärung:
  - Referenzen: getypt, eingeschränkte Arithmetik
  - Zeiger: ungetypt, Zeigerarithmetik

Refenzen in C

- Pointer in C ("pointer type"):
  - Schwach getypt (**void** $*$ kompatibel mit allen Zeigertypen, Typumwandlung)
  - Eingeschränkte Zeigerarithmetik (Addition, Subtraktion)
  - Felder werden durch Zeigerarithmetik implementiert
- Pointer sind *first-class-values*
- C-Standard läßt das Speichermodell relativ offen
  - Repräsentation von Objekten

Referenzen in anderen Sprachen

- Java:
  - (Fast) alles ist eine Referenz
  - Schwach getypt (Subtyping und Typumwandlung)
- Haskell, SML, OCaml:
  - Stark getypt (typsicher)
- Scriptsprachen (Python, Ruby):
  - Ähnlich Java

Ausdrücke

- Neue Typen: Zeiger (Pointer)

  Type $t ::=$ **void** | **char** | **int** | $*t$ | **struct** **Idt**$^?$ {**Decl**$^+$} | t **Idt**$[a]$

- Neue Operatoren: Addressoperator (&) und Derefenzierung ($*$)

  Lexp $l ::=$ **Idt** | $l[a]$ | l.**Idt** | $*a$

  Aexp $a ::=$ **Z** | **C** | l | $\&l$ | $a_1 + a_2$ | $a_1 - a_2$ | $a_1 * a_2$ | a_1/a_2

  Bexp $b ::= \ldots$

  Exp $e :=$ **Aexp** | **Bexp**

  Stmt $c ::= \ldots$

Das Problem mit Zeigern

- **Aliasing:** Verschiedene Bezeichner (**Lexp**) für die gleiche Lokation $l \in$ **Loc**

```
int a;
int *x;

x= &a;
a= 99;
// {a = 99}
*x= 7;              // (*)
// {a = 7}
```

- Wert von a ändert sich **ohne dass a erwähnt** wird.
- An der Stelle (*) zwei Bezeichner für die gleiche Lokation: a und $*$x
- Großes Problem für Semantik und Hoare-Kalkül.
- Modellierung der Zuweisung durch Substitution nicht mehr möglich

Erweiterung des Zustandmodells

- Bisheriger Zustand $\Sigma \stackrel{def}{=} \mathbf{Loc} \rightharpoonup \mathbf{V}$ mit
  - **Locations**: $\mathbf{Loc} = \mathbf{Addr} \times \mathbb{N}$ (siehe Vorlesung 8)
  - Werte: $\mathbf{V} = \mathbb{Z}$
- Ansatz reicht nicht mehr.
- Locations müssen auch Werte sein:

$$\mathbf{V} \stackrel{def}{=} \mathbb{Z} + \mathbf{Loc}$$

und somit sind Zustände $\Sigma \stackrel{def}{=} \mathbf{Loc} \rightharpoonup (\mathbb{Z} + \mathbf{Loc})$

Erweiterung der Semantik

- Denotation für **L-Ausdrücke**:

$$[\![-]\!]_{\mathcal{L}} : \mathbf{Env} \to \mathbf{Lexp} \to \Sigma \rightharpoonup \mathbf{Loc}$$

$$[\![x]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{L}} = \{(\sigma, \langle \Gamma(x), 0\rangle) \mid x \in \Gamma\}$$
$$[\![m[e]]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{L}} = \{(\sigma, l + n \cdot sizeof(t)) \mid (\sigma, l) \in [\![m]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{L}}, (\sigma, n) \in [\![e]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{A}}, \Gamma \vdash m : t[x]\}$$
$$[\![m.a]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{L}} = \{(\sigma, l + off_t(a)) \mid \Gamma \vdash m : t, (\sigma, l) \in [\![m]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{L}}\}$$
$$[\![*e]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{L}} = [\![e]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{A}} \quad \text{mit } \Gamma \vdash e : *t$$

- Denotation für **Ausdrücke** ($m \in \mathbf{Lexp}$):

$$[\![m]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{A}} = \{(\sigma, \sigma(l)) \mid (\sigma, l) \in [\![m]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{L}}, l \in Dom(\sigma)\}$$
$$[\![\&m]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{A}} = \{(\sigma, l) \mid (\sigma, l) \in [\![m]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{L}}, l \in \mathrm{dom}(\sigma)\} \quad [\![m]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{L}}$$

- Es ist wichtig, die semantischen Funktionen $[\![.]\!]_{\mathcal{A}}$ und $[\![.]\!]_{\mathcal{L}}$ zu unterscheiden!

Beispiel

```
int a, *x;

*x= 5*a;
```

Gegeben folgende Werte, was ist die Semantik?

$$\Gamma \stackrel{def}{=} \langle a \mapsto 1, x \mapsto 2\rangle$$
$$\sigma_1 \stackrel{def}{=} \langle (1,0) \mapsto 10, (2,0) \mapsto (1,0)\rangle$$

$$\begin{aligned}
[\![*x = 5 * a]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{C}}(\sigma_1) &= \sigma_1[[\![*x]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{C}}(\sigma_1) \mapsto [\![5 * a]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{A}}(\sigma_1)] \\
&= \sigma_1[[\![x]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{A}}(\sigma_1) \mapsto [\![5]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{A}}(\sigma_1) \cdot [\![a]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{A}}(\sigma_1)] \\
&= \sigma_1[\sigma_1(\underbrace{[\![x]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{L}}}_{\Gamma(x)}(\sigma_1)) \mapsto 5 \cdot \sigma_1(\underbrace{[\![a]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{L}}}_{\Gamma(a)})] \\
&= \sigma_1[\sigma_1(2,0) \mapsto 5 \cdot \sigma_1(1,0)] \\
&= \sigma_1[(1,0) \mapsto 5 \cdot 10] = \langle (1,0) \mapsto 50, (2,0) \mapsto (1,0)\rangle
\end{aligned}$$

Arbeitsblatt 12.1: Aliasing-Semantik

```
{
  int a;
  int *x;

  // (0)
  x= &a;
  a= 99;
  // (1)
  *x= 7;
  // (2)
}
```

Berechnet mit Hilfe der formalen Semantik:

1. Die Umgebung Γ an der Stelle (0)
2. Den Zustand σ_1 an der Stelle (1)
3. Den Zustand σ_2 an der Stelle (2)

Arbeitsblatt 12.2: Pop-Quiz

Gegeben folgende Funktionen:

```
int f(int *x)
{
  *x= *x+1;
  return *x;
}
```

Was ist der Wert von f(&x)?

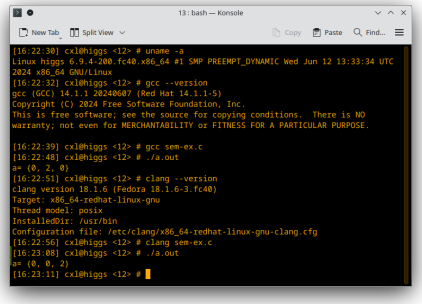
1. f(&x) == 1
2. f(&x) == 2

```
int a[3] = {0, 0, 0};
void g()
{
  int x= 1;
  a[x]= f(&x);
}
```

Was ist der Wert des Feldes a am Ende von g?

1. a == {0, 0, 1}
2. a == {0, 0, 2}
3. a == {0, 1, 0}
4. a == {0, 2, 0}

Ergebnis des Pop-Quiz



Korrektur der Semantik

- Das Pop-Quiz demonstriert den **Nichtdeterminismus** der C-Semantik.
  - Es ist **unbestimmt**, ob die linke oder rechte Seite der Zuweisung zuerst ausgewertet wird.
  - In C ist die Zuweisung ein binärer Operator, keine Anweisung.
- Unsere Teilsprache soll den **deterministischen** Teil von C umfassen.
- Deshalb beim Funktionsaufruf mit Zuweisung links nur **zustandsfreie** Ausdrücke l:

$$\forall \sigma, \sigma'. [\![l]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{L}}(\sigma) = [\![l]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{L}}(\sigma')$$

- Gilt insbesondere für Bezeichner $l \in \mathbf{Idt}$, deshalb:

$$\mathbf{Stmt}\ c ::= \ldots \mid \mathbf{Idt} = \mathbf{Idt}(a^*) \mid \ldots$$

- Bei anderen Zuweisungen $l = e$ sind beide Seiten **zustandsabhängig**, aber frei von **Seiteneffekten**.

Arbeitsblatt 12.3: Kurze Semantik

Gegeben folgende Deklarationen:

```
struct p { int x;          int a;          struct p *q;
           int y; } p;
```

mit folgender Umgebung und Zustand

$$\Gamma \stackrel{def}{=} \langle p \mapsto 2, a \mapsto 3, q \mapsto 4\rangle, \sigma_1 \stackrel{def}{=} \langle (2,0) \mapsto 3, (2,1) \mapsto 5, (3,0) \mapsto 7, (4,0) \mapsto (2,0)\rangle$$

Berechnet die denotationale Semantik

$$[\![a = a + (*q).x]\!]^{\Gamma}_{\mathcal{C}}(\sigma_1) = ?$$

Und jetzt?

- Zustand erweitert, so dass wir Zeiger modellieren können.
- Semantik entsprechend erweitert.
- Was machen wir mit dem Hoare-Kalkül, speziell der **Zuweisung**?
- Vorherige Modellierung — Zuweisung durch Substitution modelliert — nicht mehr ausreichend.
- Daher: **explizite Zustandsprädikate**

Explizite Zustandsprädikate

- Zusicherungenen (**Assn**) sind zustandsabhängige Prädikate
  - Mit anderen Worten, Prädikate über Programmvariablen.
- Explizite Zustandsprädikate modellieren das Lesen und die Änderung des Zustandes **explizit** mit Operationen read und upd.
- Vereinfachungsregeln analog zur Substitution.

Explizite Zustandsprädikate

- Enthalten keine $*$ oder &, und unterscheiden **strikt** zwischen **Lexp** und **Aexp**.
- Erweiterung von **Aexpv** um read, neue Sorte **State** mit Operation upd:

$$\mathbf{Assn}_s \quad b ::= \mathbf{1} \mid \mathbf{0} \mid a_1 == a_2 \mid a_1 < a_2 \mid !\, b \mid b_1 \,\&\&\, b2 \mid \ldots$$

$$\mathbf{Lexp}_s \quad l ::= \ldots \mid \cancel{*a}$$

$$\mathbf{Aexp}_s \quad a ::= \mathrm{read}(S, l) \mid \mathbf{Z} \mid \mathbf{C} \mid \cancel{\dagger} \mid \cancel{\&l} \mid \ldots \mid \ldots$$

$$\mathbf{State} \quad S ::= s \mid \mathrm{upd}(S, l, e)$$

- Zustandsvariable s (logische Variable): aktueller Zustand
- Im Gegensatz zur Semantik rechnen wir mit **symbolischen Namen**

Gleichungen für explizite Zustandsprädikate

- Für die Operationen read, updgelten folgende Gleichungen:

$$\forall l, v, \sigma.\ \mathrm{read}(\mathrm{upd}(\sigma, l, v), l) = v$$
$$\forall l, m, v, \sigma.\ l \neq m \Longrightarrow \mathrm{read}(\mathrm{upd}(\sigma, l, v), m) = \mathrm{read}(\sigma, m)$$
$$\forall l, v, w, \sigma.\ \mathrm{upd}(\mathrm{upd}(\sigma, l, v), l, w) = \mathrm{upd}(\sigma, l, w)$$
$$\forall l, m, v, w, \sigma.\ l \neq m \Longrightarrow \mathrm{upd}(\mathrm{upd}(\sigma, l, v), m, w) = \mathrm{upd}(\mathrm{upd}(\sigma, m, w), l, v)$$

- Diese Gleichungen sind **vollständig.**

Semantik expliziter Zustandsprädikate

- Semantik der expliziten Zustandsprädikate:

$$[\![\cdot]\!]_{\mathcal{B}sp} : \mathbf{Env} \to \mathbf{Assn}_s \rightharpoonup (\Sigma \times \mathbf{V}_U) \to \mathbb{B}$$
$$[\![\cdot]\!]_{\mathcal{A}sp} : \mathbf{Env} \to \mathbf{Aexp}_s \rightharpoonup (\Sigma \times \mathbf{V}_U) \rightharpoonup \mathbf{V}$$
$$[\![\cdot]\!]_{\mathcal{L}sp} : \mathbf{Env} \to \mathbf{Lexp}_s \rightharpoonup (\Sigma \times \mathbf{V}_U) \rightharpoonup \mathbf{Loc}$$

Hoare-Triple

- Floyd-Hoare-Tripel:

$$\Gamma \models \{P\}\, c\, \{Q \mid R\} \text{ mit } P, Q, R \in \mathbf{Assn} \text{ Prädikate}$$

- Floyd-Hoare-Kalkül:

$$\Delta \vdash \{P\}\, c\, \{Q \mid R\} \text{ mit } P, Q, R \in \mathbf{Assn}_s \text{ explizite Zustandsprädikate}$$

- Wir brauchen also eine Übersetzung **Assn** nach $\mathbf{Assn}_s$ welche die Semantik erhält:

$$(-)^\dagger : \mathbf{Lexp} \to \mathbf{Lexp}_s \qquad (-)^\# : \mathbf{Aexpv} \to \mathbf{Aexp}_s \qquad (-)^* : \mathbf{Assn} \to \mathbf{Assn}_s$$
$$\forall l \in \mathbf{Lexp}.\ [\![l]\!]^\Gamma_{\mathcal{L}} = [\![l^\dagger]\!]^\Gamma_{\mathcal{L}sp} \qquad \forall a \in \mathbf{Aexpv}.\ [\![a]\!]^\Gamma_{\mathcal{A}} = [\![a^\#]\!]^\Gamma_{\mathcal{A}sp} \qquad \forall a \in \mathbf{Assn}.\ [\![a]\!]^\Gamma_{\mathcal{B}} = [\![a^*]\!]^\Gamma_{\mathcal{B}sp}$$

Konversion in explizite Zustandsprädikaten

Alte Zuweisungsregel

$$\frac{}{\Delta \vdash \{Q[e/x]\}\, x = e\, \{Q \mid R\}}$$

Umwandlung von Q, x, e in Zustandsprädikate:

- Eine **Lexp** l auf der rechten Seite e wird durch $\mathrm{read}(\sigma, l)$ ersetzt.
- & dient lediglich dazu, diese Konversion zu **verhindern**.
- $*$ **erzwingt** diese Konversion, auch auf der linken Seite x.
- Beispiel: $*a = *\&b;$

Formal: Konversion in Zustandsprädikate

$(-)^\dagger : \mathbf{Lexp} \to \mathbf{Lexp}_s$

$i^\dagger = i \quad (i \in \mathbf{Idt})$

$l.id^\dagger = l^\dagger.id$

$l[e]^\dagger = l^\dagger[e^\#]$

$*l^\dagger = l^\#$

$(-)^\# : \mathbf{Aexp} \to \mathbf{Aexp}_s$

$e^\# = \mathrm{read}(s, e^\dagger) \quad (e \in \mathbf{Lexp})$

$n^\# = n$

$v^\# = v \quad (v \text{ logische Variable})$

$(\&e)^\# = e^\dagger$

$(e_1 + e_2)^\# = {e_1}^\# + {e_2}^\#$

$\backslash\mathbf{result}^\# = \backslash\mathbf{result}$

$(-)^* : \mathbf{Assn} \to \mathbf{Assn}_s$

$(\forall x.\ b)^* = \forall x.\ b^*$

$(b_1 \,\&\&\, b_2)^* = {b_1}^* \,\&\&\, {b_2}^*$

$(a_1 == a_2)^* = {a_1}^\# == {a_2}^\#$

$\vdots$

Angepasste Regeln des Hoare-Kalküls

$$\frac{}{\Delta \vdash \{Q[\mathrm{upd}(s, x^\dagger, e^\#)/s]\}\ x = e\ \{Q \mid R\}}$$

- Beispiel 1: $(*x == 3)^*$ $= \mathrm{read}(s, (*x)^\dagger) = 3$
  $= \mathrm{read}(s, x^\#) = 3$
  $= \mathrm{read}(s, \mathrm{read}(s, x)) = 3$
- Beispiel 2: $\Delta \vdash \{P\}\ x = \&\, a\ \{*x = 3 \mid R\}$
  $P = (\mathrm{read}(s, \mathrm{read}(s, x)) = 3)[\mathrm{upd}(s, x^\dagger, (\&\, a)^\#)/s]$
  $= (\mathrm{read}(s, \mathrm{read}(s, x)) = 3)[\mathrm{upd}(s, x, a^\dagger)/s]$
  $= \mathrm{read}(\mathrm{upd}(s, x, a), \mathrm{read}(\mathrm{upd}(s, \underline{x}, a), \underline{x})) = 3)$
  $= \mathrm{read}(\mathrm{upd}(s, \underline{x}, a), \underline{a}) = 3)$
  $= \mathrm{read}(s, a) = 3$
  $= (a == 3)^*$

Weitere geänderte Regeln

$$\frac{}{\Delta \vdash \{Q[e^\#/\backslash\mathbf{result}]\}\ \mathbf{return}\ e\ \{P \mid Q\}}$$

$$\frac{\Delta(f) = \forall x_1, \ldots, x_n.\,(P, Q)}{\Delta \vdash \{P^*[t_i{}^\#/x_i]\}\ l = f(t_1, \ldots, t_n)\ \{Q^*[t_i{}^\#/x_i][l^\#/\backslash\mathbf{result}] \mid Q_R\}}$$

$$\frac{\Delta \vdash \{P^*\}\ c\ \{\mathit{false} \mid Q^*\}}{\Delta \vdash f(x_1, \ldots, x_n)/{**}\ \mathrm{pre}\ P\ \mathrm{post}\ Q\ {*}/\ \{ds\ c\}}$$

Rückwärtsrechnung mit Zeigern I

$$\mathrm{awp}(\Delta, f(x_1, \ldots, x_n)/{**}\ \mathrm{pre}\ P\ \mathrm{post}\ Q\ {*}/\ \{ds\ c\}) \stackrel{def}{=} \mathrm{awp}(\Delta, c, \mathit{false}, Q^*[x_i\ \mathbf{@pre}/x_i])$$

$$\mathrm{wvc}(\Delta, f(x_1, \ldots, x_n)/{**}\ \mathrm{pre}\ P\ \mathrm{post}\ Q\ {*}/\ \{ds\ c\}) \stackrel{def}{=} \{P^* \wedge x_i = x_i\ \mathbf{@pre} \Longrightarrow P'\} \cup \mathrm{wvc}(\Delta, c, \mathit{false}, Q^*[x_i\ \mathbf{@pre}/x_i])$$

$$P' \stackrel{def}{=} \mathrm{awp}(\Delta, c, \mathit{false}, Q^*[x_i\ \mathbf{@pre}/x_i])$$

Sei $\Delta(f) = \forall x_1, \ldots, x_n.\,(P, Q)$

$$\mathrm{awp}(\Delta, /{**}\ \mathbf{const}\ R\ {*}/ I = f(t_1, \ldots, t_n), U, U_R) \stackrel{def}{=} R^* \wedge P^*[t_i{}^*/x_i], I \notin FV(R)$$

$$\mathrm{wvc}(\Delta, /{**}\ \mathbf{const}\ R\ {*}/ I = f(t_1, \ldots, t_n), U, U_R) \stackrel{def}{=} \{R^* \wedge Q[t_i{}^*/x_i][I/\backslash\mathbf{result}] \longrightarrow U\},\ I \notin FV(R)$$

Approximative schwächste Vorbedingung mit Zeigern II

$$\mathrm{awp}(\Delta, \{\,\}, Q, Q_R) \stackrel{def}{=} Q$$

$$\mathrm{awp}(\Delta, I = e, Q, Q_R) \stackrel{def}{=} Q[\mathrm{upd}(s, I^\dagger, e^\#)/s]$$

$$\mathrm{awp}(\Delta, c_1; c_2, Q, Q_R) \stackrel{def}{=} \mathrm{awp}(\Delta, c_1, \mathrm{awp}(\Delta, c_2, Q, Q_R), Q_R)$$

$$\mathrm{awp}(\Delta, \mathbf{if}\ (b)\ c_0\ \mathbf{else}\ c_1, Q, Q_R) \stackrel{def}{=} (b^* \wedge \mathrm{awp}(\Delta, c_0, Q, Q_R)) \vee (\neg b^* \wedge \mathrm{awp}(\Delta, c_1, Q, Q_R))$$

$$\mathrm{awp}(\Delta, /{**}\ \{q\}\ {*}/, Q, Q_R) \stackrel{def}{=} q^*$$

$$\mathrm{awp}(\Delta, \mathbf{while}\ (b)\ /{**}\ \mathbf{inv}\ i\ {*}/\ c, Q_R) \stackrel{def}{=} i^*$$

$$\mathrm{awp}(\Delta, \mathbf{return}\ e, Q, Q_R) \stackrel{def}{=} Q_R[e^\#/\backslash\mathbf{result}]$$

$$\mathrm{awp}(\Delta, \mathbf{return}, Q, Q_R) \stackrel{def}{=} Q_R$$

Approximative schwächste Vorbedingung mit Zeigern III

$$\mathrm{wvc}(\Delta, \{\,\}, Q, Q_R) \stackrel{def}{=} \emptyset$$

$$\mathrm{wvc}(\Delta, I = e, Q, Q_R) \stackrel{def}{=} \emptyset$$

$$\mathrm{wvc}(\Delta, c_1; c_2, Q, Q_R) \stackrel{def}{=} \mathrm{wvc}(\Delta, c_1, \mathrm{awp}(\Delta, c_2, Q, Q_R), Q_R) \cup \mathrm{wvc}(\Delta, c_2, Q, Q_R)$$

$$\mathrm{wvc}(\Delta, \mathbf{if}\ (b)\ c_1\ \mathbf{else}\ c_2, Q, Q_R) \stackrel{def}{=} \mathrm{wvc}(\Delta, c_1, Q, Q_R) \cup \mathrm{wvc}(\Delta, c_2, Q, Q_R)$$

$$\mathrm{wvc}(\Delta, /{**}\ \{q\}\ {*}/, Q, Q_R) \stackrel{def}{=} \{q^* \Longrightarrow Q\}$$

$$\mathrm{wvc}(\Delta, \mathbf{while}\ (b)\ /{**}\ \mathbf{inv}\ i\ {*}/\ c, Q, Q_R) \stackrel{def}{=} \mathrm{wvc}(\Delta, c, i^*, Q_R) \cup \{i^* \wedge b^* \Longrightarrow \mathrm{awp}(\Delta, c, i^*, Q_R)\} \cup \{i^* \wedge \neg b^* \Longrightarrow Q\}$$

$$\mathrm{wvc}(\Delta, \mathbf{return}\ e, Q, Q_R) \stackrel{def}{=} \emptyset$$

Arbeitsblatt 12.4: Ein kurzes Beispiel

Betrachtet folgendes Beispiel:

```
void foo(){
 int x, y, z;
 x= 1;
 z= x;
 y= x;
 z= 5;
 // {0 < y}
}
```

1. Konvertiert das Prädikat $0 < y$ in ein explizites Zustandsprädikat.
2. Berechnet (rückwärts) die jeweils gültigen Zwischenzustände.
3. Vereinfacht nach jedem Schritt die Zwischenzustände.

Aliasing

- Das Beispiel mit Aliasing vom Anfang:

```
void foo(){
 int a, *x;

 /** { 5< 10 }
 /** { 5< read(upd(upd(upd(s, x, a), a, 0),                a     , 10), a) } */
 /** { 5< read(upd(upd(upd(s, x, a), a, 0), read(upd(s, x, a), x), 10), a) } */
 x= & a;
 /** { 5< read(upd(upd(s, a, 0), read(    s,        x), 10), a) } */
 /** { 5< read(upd(upd(s, a, 0), read(upd(s, a, 0), x), 10), a) } */
 a= 0;
 /** { 5< read(upd(s, read(s, x), 10), a) } */
 *x= 10;
 /** { 5< read(s, a) } */
}
```

- Aliasing wird korrekt behandelt.

Arbeitsblatt 12.5: Ein problematisches Beispiel

```
void foo(int *p)
/** post  \result  == 7; */
{
 int x;

 x= 7;
 *p= 99;
 return x;
}
```

Spezfikation des Speicherlayout

- Generelles Problem — was ist mit

```
void foo(int *p, int *q)
{ ... }
```

- Deutet auf ein Problem hin
- Entspricht einem "dangling pointer" (d.h. Pointer mit unspezifiziertem Wert)
- Können weder beweisen, dass $*p = *q$ noch $*p \neq *q$
- Muss (in den Vorbedingungen) spezifziert werden.
- Integration in die Logik: **separation logic**

Weitere Beispiele: Felder

```
int findmax(int a[], int a_len)
/** pre 0 \array (a, a_len) ∧ 0 < a_len;
    post ∀i. 0≤ i< a_len ⟶ a[i] ≤ \result ;
*/
{
 int x; int j;

 x= a[0]; j= 0;
 while (j< a_len)
   /** inv (∀i. 0≤ i< j ⟶ a[i]≤ x ∧ 0≤ j< a_len */ {
   if (a[j]< a_len) {
    x= a[j];
    }
   j= j+1;
   }
 return x;
}
```


Felder und Zeiger revisited

- In C sind Zeiger und Felder schwach spezifiziert
- Insbesondere:
  - a[j]= *(a+j) für a Array-Typ
  - Derefenzierung von $*x$ nur definiert, wenn x "gültig" ist (d.h. auf ein Objekt zeigt) *C99 Standard*, §6.5.3.2(4)
- Bisher in den Hoare-Regeln ignoriert — **partielle** Korrektheit.
- Ist das sinnvoll? Nein, bekannte Fehlerquelle

Spezifikation von Zeigern und Feldern

Das Prädikat \valid(l)

$\backslash\mathbf{valid}(l) \iff \exists x.\, x = \mathrm{read}(\sigma, l^{\dagger})$ für $l \in$ **Lexp**

- Insbesondere: $\backslash\mathbf{valid}(*x) \iff \mathrm{read}(\sigma, \mathrm{read}(\sigma, x))$ ist definiert.
- Felder als Parameter werden zu Zeigern konvertiert, deshalb müssen wir spezifizieren können, dass ein Zeiger ein Feld ist.
- $\backslash\mathbf{array}(a, n)$ bedeutet: a ist ein Feld der Länge n, d.h.

$$\backslash\mathbf{array}(a, n) \iff (\forall i.\, 0 \leq i < n \implies \backslash\mathbf{valid}(a[i]))$$

- Gültigkeit kann abgeleitet werden:

$$\frac{\text{x= \&e}}{\backslash\text{valid(*x)}} \qquad \frac{\backslash\text{array(a, n)} \quad 0 \leq i \quad i < n}{\backslash\text{valid(a[i])}}$$

Zusammenfassung

- Um Referenzen (Pointer) in C behandeln zu können, benötigen wir ein erweitertes **Zustandsmodell**
- Referenzen werden zu Werten wie Zahlen oder Zeichen.
  - Arrays und Strukturen sind **keine** first-class values.
  - Großes Problem: **aliasing**
- Erweiterung der Semantik und der Hoare-Tripel nötig:
  - Vor/Nachbedingungen werden zu **expliziten Zustandsprädikaten**.
  - Zuweisung wird zu **Zustandsupdate**.
  - Problem:
    - Zustände werden **sehr groß**
    - Rückwärtsrechnung erzeugt schnell sehr große „unbestimmte" Zustände, die nicht vereinfacht werden können
    - Hier ist Vorwärtsrechnung vorteilhaft

Fahrplan

- Einführung
- Operationale Semantik
- Denotationale Semantik
- Äquivalenz der Operationalen und Denotationalen Semantik
- Der Floyd-Hoare-Kalkül
- Invarianten im Floyd-Hoare-Kalkül
- Korrektheit des Floyd-Hoare-Kalküls
- Strukturierte Datentypen
- Verifikationsbedingungen
- Funktionen und Prozeduren I
- Funktionen und Prozeduren II
- Referenzen
- Ausblick und Rückblick