

## 2. Übungsblatt

**Ausgabe:** 05.05.22

**Abgabe:** 12.05.22 8:00

Die Lösungen bitte in der Vorlage `uebung-XX.md` eintragen und diese in Eurem KSGM-Repository rechtzeitig committen und hochladen.

### 2.1 Denotationale Semantik von Programmen

In der Vorlesung wurde die denotationale Semantik von C0 eingeführt. Wir wollen die denotationale Semantik  $\llbracket p \rrbracket_C$  für folgendes C0-Programms  $p$  ausrechnen. Die denotationale Semantik wollen wir als Funktionsgraphen angeben, d.h. als Menge von Wertepaaren.

```

1 while (0 < x) {
2   if (2 * (x/2) == x) {
3     r = 2 * r;
4   } else {
5     r = 3 * r;
6   }
7   x = x - 1;
8 }
```

Die Berechnung der Semantik erfolgt in zwei Schritten: zuerst berechnen wir die Semantik des Schleifenrumpfes (Zeile 2-7), und dann die Semantik der ganzen Schleife.

- (a) Berechnen Sie zuerst die denotationale Semantik für den Schleifenrumpfes, indem sie Zuordnung für Wertepaare die konkreten Werte  $x = 0, 1, \dots, 6$  und einen symbolischen Wert von  $r$  angeben (die erste Zeile ist schon ausgefüllt):

| $x$ | $r$ | $x$ | $r$  |
|-----|-----|-----|------|
| 0   | $r$ | -1  | $2r$ |
| 1   | $r$ | —   | —    |
| 2   | $r$ | —   | —    |
| 3   | $r$ | —   | —    |
| 4   | $r$ | —   | —    |
| 5   | $r$ | —   | —    |
| 6   | $r$ | —   | —    |

- (b) Geben Sie jetzt eine geschlossene symbolische Beschreibung<sup>1</sup> der Semantik des Schleifenrumpfes an:

$$\llbracket c \rrbracket_C = (s, s') \text{ mit } \begin{array}{l} s'(x) = ? \\ s'(r) = ? \end{array}$$

- (c) Berechnen Sie die denotationale Semantik für die "Auffaltung" der while-Schleife für die konkreten Werte  $x = 0, 1, \dots, 6$  in der folgenden Tabelle (dort fehlt natürlich der Eintrag  $\Gamma^0(s)$ , der immer nur die leere

<sup>1</sup>Eine Formel, welche die Werte von  $x$  und  $r$  nach der Ausführung des Rumpfes unter Nutzung der Werte  $s(x)$  und  $s(r)$  vor der Ausführung des Rumpfes angibt.

Relation ergibt.) Als Symbol für  $\perp$  können Sie einfach  $-$  verwenden.

| $s$         | $\Gamma^1(s)$ | $\Gamma^2(s)$ | $\Gamma^3(s)$ | $\Gamma^4(s)$ |
|-------------|---------------|---------------|---------------|---------------|
| $x \quad r$ | $x \quad r$   | $x \quad r$   | $x \quad r$   | $x \quad r$   |
| 0 $r$       | — —           | — —           | — —           | — —           |
| 1 $r$       | — —           | — —           | — —           | — —           |
| 2 $r$       | — —           | — —           | — —           | — —           |
| 3 $r$       | — —           | — —           | — —           | — —           |
| 4 $r$       | — —           | — —           | — —           | — —           |
| 5 $r$       | — —           | — —           | — —           | — —           |
| 6 $r$       | — —           | — —           | — —           | — —           |

| $s$         | $\Gamma^5(s)$ | $\Gamma^6(s)$ | $\Gamma^7(s)$ |
|-------------|---------------|---------------|---------------|
| $x \quad r$ | $x \quad r$   | $x \quad r$   | $x \quad r$   |
| 0 $r$       | — —           | — —           | — —           |
| 1 $r$       | — —           | — —           | — —           |
| 2 $r$       | — —           | — —           | — —           |
| 3 $r$       | — —           | — —           | — —           |
| 4 $r$       | — —           | — —           | — —           |
| 5 $r$       | — —           | — —           | — —           |
| 6 $r$       | — —           | — —           | — —           |

(d) Geben Sie jetzt eine geschlossene symbolische Beschreibung der Semantik der Schleife an:

$$\llbracket w \rrbracket_{\mathcal{C}} = (s, s') \text{ mit } \begin{array}{l} s'(x) = ? \\ s'(r) = ? \end{array}$$