Universität Bremen

Korrekte Software: Grundlagen und Methoden SoSe 19

Serge Autexier
Christoph Lüth

3. Übungsblatt

Ausgabe: 02.05.19
Abgabe: 02.05.19

3.1 *Eigenschaften von arithmetischen und boolschen Ausdrücken*

(a) Wir definieren die Funktion Vars auf arithmetischen Ausdrücken, welche die Menge der in einem arithmetischen Ausdruck enthaltenen Programmvariablen liefert:

$$\begin{aligned} \mathrm{Vars}(x) &\stackrel{def}{=} \{x\} & x \in \mathbf{Loc} \\ \mathrm{Vars}(n) &\stackrel{def}{=} \emptyset & n \in \mathbf{Z} \\ \mathrm{Vars}(a_1 \oplus a_2) &\stackrel{def}{=} \mathrm{Vars}(a_1) \cup \mathrm{Vars}(a_2) & \oplus \in \{+, -, \times, /\} \end{aligned}$$

(i) Seien $x, y, z \in \mathbf{Loc}$. Berechnen Sie die Menge der Programmvariablen der folgenden arithmetischen Ausdrücke:

$$x + 3 * y \tag{1}$$
$$(z * 2)/x \tag{2}$$

(ii) Folgende Eigenschaft soll für arithmetische Ausdrücke gelten:

$$\forall a \in \mathbf{AExp}.\, \forall \sigma \in \Sigma.\, \forall n \in \mathbf{Z}.\, \langle a, \sigma \rangle \rightarrow_{Aexp} n \implies \mathrm{Vars}(a) \subseteq dom(\sigma) \tag{3}$$

Was bedeutet diese Eigenschaft (in natürlicher Sprache)?

(iii) Beweisen Sie Eigenschaft (**??**).

(b) Wir erweitern jetzt die Funktion Vars auf boolsche Ausdrücke wie folgt:

$$\begin{aligned} \mathrm{Vars}(0) &\stackrel{def}{=} \mathrm{Vars}(1) \stackrel{def}{=} \emptyset \\ \mathrm{Vars}(a_1 \oplus a_2) &\stackrel{def}{=} \mathrm{Vars}(a_1) \cup \mathrm{Vars}(a_2) & \oplus \in \{==, <=\}, a_1, a_2 \in \mathbf{AExp} \\ \mathrm{Vars}(b_1 \oplus b_2) &\stackrel{def}{=} \mathrm{Vars}(b_1) \cup \mathrm{Vars}(b_2) & \oplus \in \{\&\&, ||\}, b_1, b_2 \in \mathbf{BExp} \\ \mathrm{Vars}(!b) &\stackrel{def}{=} \mathrm{Vars}(b) & b \in \mathbf{BExp} \end{aligned}$$

(i) Seien $x, y, z \in \mathbf{Loc}$. Berechnen Sie die Menge der Programmvariablen der folgenden boolschen Ausdrücke:

$$x + 3 * y == z + 5 \tag{4}$$
$$x <= 2 * y \,\&\&\, 2 * z <= x \tag{5}$$

(ii) Wir betrachten wieder eine Eigenschaft, diesmal für boolsche Ausdrücke:

$$\forall b \in \mathbf{BExp}.\forall \sigma \in \Sigma.\forall n \in \{0, 1\}.\langle b, \sigma \rangle \rightarrow_{Bexp} n \implies \mathrm{Vars}(b) \subseteq dom(\sigma) \tag{6}$$

Was bedeutet diese Eigenschaft?

(iii) Widerlegen Sie Eigenschaft (**??**), indem Sie ein Gegenbeispiel angeben.

3.2 *Eigenschaften von Programmen*

Betrachten Sie folgende spezielle Eigenschaft von C0-Programmen:

$$\forall c \in \mathbf{Stmt}. \forall x \in \mathbf{Loc}. \forall \sigma, \sigma' \in \Sigma. \left(x \in dom(\sigma) \wedge \langle c, \sigma \rangle \rightarrow_{Stmt} \sigma'\right) \implies x \in dom(\sigma') \tag{7}$$

(a) Was bedeutet diese Eigenschaft?

(b) Warum gilt diese Eigenschaft?

(c) Geben Sie eine Beweisskizze für Eigenschaft (**??**) an. Die Beweisskizze sollte angeben, welche Beweismethode (Induktion (welche, worüber?)) genutzt wird.