

10. Übungsblatt

Ausgabe: 21.06.18

Abgabe: 21.06.18

10.1 Größer gemeinsamer Teiler: rekursiv

Der größte gemeinsame Teiler kann auch rekursiv berechnet werden. In C sieht der rekursive Algorithmus so aus:

```
1 // {0 ≤ a, 0 ≤ b}
2 int ggt(int a, int b)
3 {
4     int r;
5
6     if (a == b) return b;
7
8     if (a <= b) {
9         r = ggt(b - a, a);
10    } else {
11        r = ggt(b, a - b);
12    }
13
14    return r;
15 }
16 // {\result = gcd(a,b)}
```

Beweisen Sie die Korrektheit der rekursiven Berechnung des größten gemeinsamen Teilers mit dem in der Vorlesung vorgestellten erweiterten Floyd-Hoare-Kalkül.

Bitte beachten Sie, dass gcd die *mathematische* Funktion ist, und ggt die oben implementierte C-Funktion. Durch die Verifikation beweisen Sie, dass die beiden äquivalent sind; das ist genau die Spezifikation.

Hinweise:

1. Zur Erinnerung noch einmal vom letzten Übungsblatt die Gleichungen für die mathematische Funktion gcd:

$$\text{gcd}(a, a) = a \quad (1)$$

$$0 < a, 0 < b, a \leq b \implies \text{gcd}(a, b) = \text{gcd}(b - a, a) \quad (2)$$

$$0 < a, 0 < b, b \leq a \implies \text{gcd}(a, b) = \text{gcd}(b, a - b) \quad (3)$$

$$\text{gcd}(a, b) = \text{gcd}(b, a) \quad (4)$$

2. Für das unvermeidliche Weakening kann folgende logische Implikation (der *modus ponens*) für beliebige Formeln ϕ, ψ hilfreich sein:

$$\phi \wedge (\phi \longrightarrow \psi) \implies \psi \quad (5)$$