

8. Übungsblatt

Ausgabe: 07.06.18**Abgabe:** 07.06.18

8.1 Ganzzahlige Division (revisited)

Hier ein alter Bekannter, die Berechnung der ganzzahligen Division mit Rest:

```
1 // {0 ≤ a}
2 r= a;
3 q= 0;
4 while (b <= r) /** inv ? */ {
5     r= r- b;
6     q= q+1;
7 }
8 // {a = b · q + r ∧ 0 ≤ r ∧ r < b}
```

- (1) Vervollständigen Sie die fehlende Invariante.
- (2) Berechnen Sie, wie in der Vorlesung vorgestellt, die schwächste Vorbedingung *awp* und die zugehörigen Verifikationsbedingungen *wvc*.
- (3) Vereinfachen Sie die Verifikationsbedingungen wie in der Vorlesung vorgestellt.
- (4) Beweisen Sie die vereinfachten Verifikationsbedingungen.

8.2 Felder

Folgendes Programm ersetzt alle Zeichen in einem Feld *s*, die keine Buchstaben sind, durch ein 'x':

```
1 // {∀j. 0 ≤ j < n. → S[j] = s[j]}
2 i= 0;
3 while (i != n)
4     /** inv ∀j. 0 ≤ j < i → α(s[i]) ∧ (α(S[j]) → S[j] = s[j]) */ {
5     if (! isalpha(s[i])) {
6         s[i]= 'x';
7         /** ∀j. 0 ≤ j < i → α(s[i]) ∧ (α(S[j]) → S[j] = s[j]) ∧ α(s[i]) */
8     }
9     i= i+1;
10 }
11 // {∀j. 0 ≤ j < n → α(s[j]) ∧ (α(S[j]) → s[j] = S[j])}
```

Die Büchereifunktion *isalpha(c)* (aus *ctypes.h*) prüft, ob das Zeichen *c* ein Buchstabe ist. Bei der Spezifikation nutzen wir die Funktion $\alpha(c)$, die das gleiche Prädikat auf der Modellierungsebene bereitstellt:

$$\alpha(c) \iff c \in \{ 'a', \dots, 'z', 'A', \dots, 'Z' \}$$

Dabei gilt folgendes:

$$is_letter(c) \implies \alpha(c) \tag{1}$$

$$\alpha('x') \tag{2}$$

$$(3)$$

- (1) Berechnen Sie, wie in der Vorlesung vorgestellt, die schwächste Vorbedingung awp und die zugehörigen Verifikationsbedingungen wvc .
- (2) Warum ist die explizite Zusicherung in Zeile 7 hilfreich? (Was passiert, wenn sie dort nicht stünde?)
- (3) Vereinfachen Sie die Verifikationsbedingungen, und versuchen Sie sie zu beweisen.
- (4) Die Invariante ist leider unvollständig, so dass der Beweis nicht für alle Verifikationsbedingungen gelingt. Welcher Teil der Invariante fehlt? Vervollständigen Sie die Invariante, und beweisen Sie alle Verifikationsbedingungen.