

# 3. Übungsblatt

**Ausgabe:** 26.04.18

**Abgabe:** 26.04.18

## 3.1 Eigenschaften von arithmetischen und boolschen Ausdrücken

- (a) Wir definieren die Funktion  $\text{Vars}$  auf arithmetischen Ausdrücken, welche die Menge der in einem arithmetischen Ausdruck enthaltenen Programmvariablen liefert:

$$\begin{aligned} \text{Vars}(x) &\stackrel{\text{def}}{=} \{x\} & x \in \mathbf{Loc} \\ \text{Vars}(n) &\stackrel{\text{def}}{=} \emptyset & n \in \mathbf{Z} \\ \text{Vars}(a_1 \oplus a_2) &\stackrel{\text{def}}{=} \text{Vars}(a_1) \cup \text{Vars}(a_2) & \oplus \in \{+, -, \times, /\} \end{aligned}$$

- (i) Seien  $x, y, z \in \mathbf{Loc}$ . Berechnen Sie die Menge der Programmvariablen der folgenden arithmetischen Ausdrücke:

$$x + 3 * y \quad (1)$$

$$(z * 2) / x \quad (2)$$

- (ii) Folgende Eigenschaft soll für arithmetische Ausdrücke gelten:

$$\forall a \in \mathbf{AExp}. \forall \sigma \in \Sigma. \forall n \in \mathbf{Z}. \langle a, \sigma \rangle \rightarrow_{Aexp} n \implies \text{Vars}(a) \subseteq \text{dom}(\sigma) \quad (3)$$

Was bedeutet diese Eigenschaft (in natürlicher Sprache)?

- (iii) Beweisen Sie Eigenschaft (3).

- (b) Wir erweitern jetzt die Funktion  $\text{Vars}$  auf boolsche Ausdrücke wie folgt:

$$\begin{aligned} \text{Vars}(0) &\stackrel{\text{def}}{=} \text{Vars}(1) \stackrel{\text{def}}{=} \emptyset \\ \text{Vars}(a_1 \oplus a_2) &\stackrel{\text{def}}{=} \text{Vars}(a_1) \cup \text{Vars}(a_2) & \oplus \in \{=, <=\}, a_1, a_2 \in \mathbf{AExp} \\ \text{Vars}(b_1 \oplus b_2) &\stackrel{\text{def}}{=} \text{Vars}(b_1) \cup \text{Vars}(b_2) & \oplus \in \{\&\&, ||\}, b_1, b_2 \in \mathbf{BExp} \\ \text{Vars}(!b) &\stackrel{\text{def}}{=} \text{Vars}(b) & b \in \mathbf{BExp} \end{aligned}$$

- (i) Seien  $x, y, z \in \mathbf{Loc}$ . Berechnen Sie die Menge der Programmvariablen der folgenden boolschen Ausdrücke:

$$x + 3 * y == z + 5 \quad (4)$$

$$x <= 2 * y \&\& 2 * z <= x \quad (5)$$

- (ii) Wir betrachten wieder eine Eigenschaft, diesmal für boolsche Ausdrücke:

$$\forall b \in \mathbf{BExp}. \forall \sigma \in \Sigma. \forall n \in \{0, 1\}. \langle b, \sigma \rangle \rightarrow_{Bexp} n \implies \text{Vars}(b) \subseteq \text{dom}(\sigma) \quad (6)$$

Was bedeutet diese Eigenschaft?

- (iii) Widerlegen Sie Eigenschaft (6), indem Sie ein Gegenbeispiel angeben.

**3.2** *Eigenschaften von Programmen*

Betrachten Sie folgende spezielle Eigenschaft von C0-Programmen:

$$\forall c \in \mathbf{Stmt}. \forall \sigma, \sigma' \in \Sigma. (x \in \text{dom}(\sigma) \wedge \langle c, \sigma \rangle \rightarrow_{\text{Stmt}} \sigma') \implies x \in \text{dom}(\sigma') \quad (7)$$

- (a) Was bedeutet diese Eigenschaft?
- (b) Warum gilt diese Eigenschaft?
- (c) Geben Sie eine Beweisskizze für Eigenschaft (7) an. Die Beweisskizze sollte angeben, welche Beweismethode (Induktion (welche, worüber?)) genutzt wird.