

5. Übungsblatt

Ausgabe: 13.06.13

Abgabe: 27.06.13

5.1 Der Sichere Roboter I

5 Punkte

In dieser Übung wollen wir die in der Vorlesung vorgestellte Formalisierung des sicheren autonomen Roboters in Isabelle implementieren.

Formalisieren Sie dazu folgende geometrische Konzepte:

- Die von einem Polygon p enthaltene Menge von Punkte $\text{area } p$;
- Die Bewegung eines Polygons p um einen Bewegungsvektor v , $\text{move } p \ v$;
- Die bei dieser Bewegung überstrichene Fläche als Menge von Punkten, $\text{covered } p \ v$.

5.2 Der Sichere Roboter II

15 Punkte

Der Zustand des Roboters wird in Isabelle jetzt, anders als in Z , direkt als Funktion über der Zeit modelliert. Wir definieren erst die Zeit als

```
type_synonym Time = nat
```

Das System besteht aus einer Serie von Zustandsübergängen in einem Abstand Δt Zeiteinheiten. Damit können wir die zeitabhängigen Komponenten des Zustandes als Funktionen über der Zeit modellieren, und die invarianten Teile des Zustandes als Konstanten. Folgende Daten beschreiben den Roboter und die Welt, in der er sich bewegt:

- die Geschwindigkeit, bestehend aus einem Einheitsrichtungsvektor und einer skalaren Geschwindigkeit;
- die Bremsbeschleunigung;
- die aktuelle Position des Roboters (als Ortsvektor eines Referenzpunktes der Kontur);
- die Kontur des Roboters als Polygon;
- die Menge von Hindernissen (als Menge von Punkten).

Hieraus können folgende Daten berechnet werden:

- die momentan vom Roboter eingenommene Fläche (als Menge von Punkten). Hier nehmen wir vereinfachend an, dass der Roboter sich nicht drehen kann, d.h. die momentane Kontur ist einfach die Verschiebung der Kontur auf die aktuelle Position;
- die beim Bremsen mit der momentanen Geschwindigkeit bis zum Stillstand überstrichene Fläche.

Definieren Sie jetzt die folgenden zwei Prädikate:

- der Roboter ist sicher (*safe*), wenn die beim Bremsen mit der momentanen Geschwindigkeit bis zum Stillstand überstrichene Fläche frei von Hindernissen ist;
- der Roboter ist im Folgezustand sicher (*nextsafe*), wenn die bei der Bewegung mit der momentanen Geschwindigkeit in Δt Zeiteinheiten und anschließendem Bremsen mit der momentanen Geschwindigkeit bis zum Stillstand überstrichene Fläche frei von Hindernissen ist.

1. Formalisieren Sie diese Konzepte. Welche Daten sind zeitabhängig, und welche sind invariant?
2. Zeigen Sie, dass $\text{nextsafe } t \text{ safe } (t + \Delta t)$ impliziert, wenn sich die Geschwindigkeit nicht ändert; nötige Hilfssätze können gegebenenfalls in Isabelle als mit sorry angenommen werden.
3. Wie müßte das Prädikat nextsafe verändert werden, wenn sich die momentane Geschwindigkeit ändern kann?