Formale Modellierung
Vorlesung 1 vom 24.04.14: Einführung

Serge Autexier & Christoph Lüth

Universität Bremen

Sommersemester 2014

Organisatorisches

- Veranstalter:

Serge Autexier	Christoph Lüth
serge.autexier@dfki.de	christoph.lueth@dfki.de
MZH 3120, Tel. 59834	MZH 3110, Tel. 59830

- Termine:

  Montag, 16 – 18, MZH 1100
  Donnerstag, 14 – 16, MZH 1100

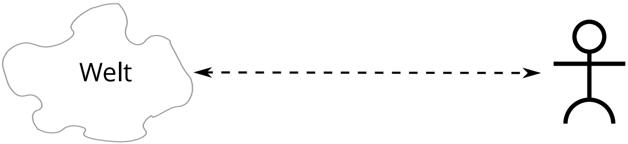
- Webseite:

Ariane-5

Die Vasa

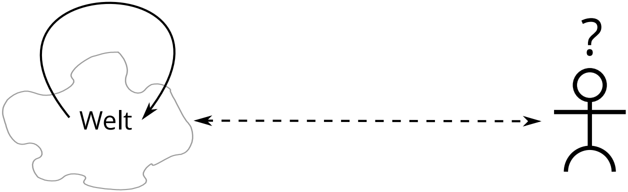
10. August 1628

Modellierung — Das Prinzip



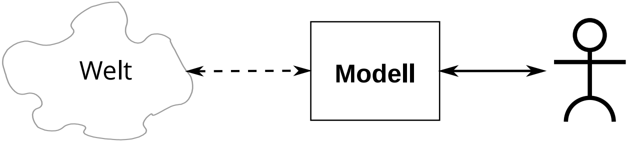
- Grundlegendes Prinzip der Naturwissenschaften

Modellierung — Das Prinzip



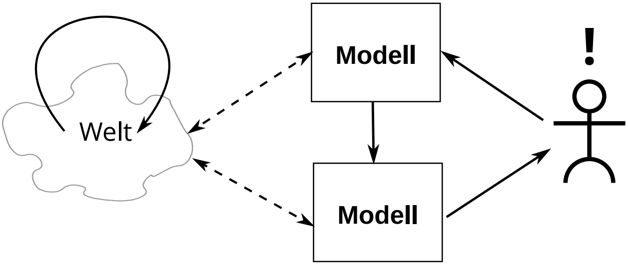
- Grundlegendes Prinzip der Naturwissenschaften

Modellierung — Das Prinzip



- Grundlegendes Prinzip der Naturwissenschaften

Modellierung — Das Prinzip



- Grundlegendes Prinzip der Naturwissenschaften

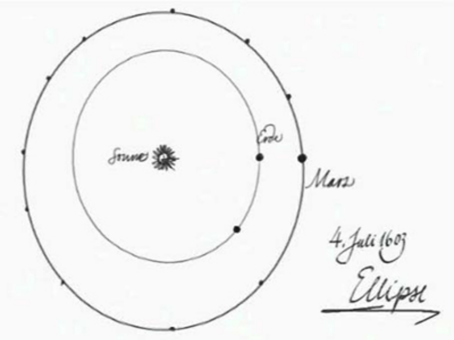
Modellierung — Beispiele

$$2Mg \quad + \quad O_2 \quad \longrightarrow \quad 2MgO$$

Modellierung — Beispiele

$$x = at^2 + bt + c$$

Modellierung — Beispiele



$$\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 = \left(\frac{a_1}{a_2}\right)^3$$

Arten der Modellierung

- Computer — diskrete Mathematik, formale Logik
- Physikalische Systeme — kontinuierliche Mathematik, DGL
- Eingebette Systeme (CPS) — beides

Lernziele

1. Modellierung — Formulierung von Eigenschaften

Lernziele

1. Modellierung — Formulierung von Eigenschaften

2. Beweis — Formaler Beweis der Eigenschaften

Lernziele

1. Modellierung — Formulierung von Eigenschaften

2. Beweis — Formaler Beweis der Eigenschaften

3. Spezifikation und Verifikation — Eigenschaften von Programmen

Themen

- Formale Logik:
  - Aussagenlogik ($A \wedge B$, $A \longrightarrow B$), Prädikatenlogik ($\forall x. P$)
  - Formales Beweisen: natürliches Schließen
  - Induktion, induktive Datentypen, Rekursion
  - Die Gödel-Theoreme
- Spezifikation und Verifikation:
  - Formale Modellierung mit der UML und OCL
  - Temporale Logik
  - Hybride Systeme

Der Theorembeweiser Isabelle

- Interaktiver Theorembeweiser
- Entwickelt in Cambridge und München
- Est. 1993 (?), ca. 500 Benutzer
- Andere: PVS, Coq, ACL-2
- Vielfältig benutzt:
  - VeriSoft (D) — `http://www.verisoft.de`
  - L4.verified (AUS) — `http://ertos.nicta.com.au/research/l4.verified/`
  - SAMS (Bremen) — `http://www.projekt-sams.de`

Formale Logik

- Formale (symbolische) Logik: Rechnen mit Symbolen
- Programme: Symbolmanipulation
- Auswertung: Beweis
- Curry-Howard-Isomorphie:
  funktionale Programme $\cong$ konstruktiver Beweis

Geschichte

- Gottlob Frege (1848– 1942)
  - ‘Begriffsschrift, eine der arithmetischen nachgebildete Formelsprache des reinen Denkens’ (1879)
- Georg Cantor (1845– 1918), Bertrand Russel (1872– 1970), Ernst Zermelo (1871– 1953)
  - Einfache Mengenlehre: inkonsistent (Russel’s Paradox)
  - Axiomatische Mengenlehre: Zermelo-Fränkel
- David Hilbert (1862– 1943)
  - Hilbert’s Programm: ‘mechanisierte’ Beweistheorie
- Kurt Gödel (1906– 1978)
  - Vollständigkeitssatz, Unvollständigkeitssätze

Grundbegriffe der formalen Logik

- Ableitbarkeit $\mathcal{T}h \vdash P$
  - Syntaktische Folgerung
- Gültigkeit $\mathcal{T}h \models P$
  - Semantische Folgerung
- Klassische Logik: $P \vee \neg P$
- Entscheidbarkeit
  - Aussagenlogik
- Konsistenz: $\mathcal{T}h \nvdash \bot$
  - Nicht alles ableitbar
- Vollständigkeit: jede gültige Aussage ableitbar
  - Prädikatenlogik erster Stufe

Unvollständigkeit

- Gödels 1. Unvollständigkeitssatz:
  - Jede Logik, die Peano-Arithmetik formalisiert, ist entweder inkonsistent oder unvollständig.

Unvollständigkeit

- Gödels 1. Unvollständigkeitssatz:
  - Jede Logik, die Peano-Arithmetik formalisiert, ist entweder inkonsistent oder unvollständig.
- Gödels 2. Unvollständigkeitssatz:
  - Jede Logik, die ihre eigene Konsistenz beweist, ist inkonsistent.

Unvollständigkeit

- Gödels 1. Unvollständigkeitssatz:
  - Jede Logik, die Peano-Arithmetik formalisiert, ist entweder inkonsistent oder unvollständig.
- Gödels 2. Unvollständigkeitssatz:
  - Jede Logik, die ihre eigene Konsistenz beweist, ist inkonsistent.
- Auswirkungen:
  - Hilbert's Programm terminiert nicht.
  - Programme nicht vollständig spezifierbar.
  - Spezifikationssprachen immer unvollständig (oder uninteressant).

Unvollständigkeit

- Gödels 1. Unvollständigkeitssatz:
  - Jede Logik, die Peano-Arithmetik formalisiert, ist entweder inkonsistent oder unvollständig.
- Gödels 2. Unvollständigkeitssatz:
  - Jede Logik, die ihre eigene Konsistenz beweist, ist inkonsistent.
- Auswirkungen:
  - Hilbert's Programm terminiert nicht.
  - Programme nicht vollständig spezifierbar.
  - Spezifikationssprachen immer unvollständig (oder uninteressant).
  - Mit anderen Worten: Es bleibt spannend.

Nächste Woche

- Aussagenlogik
- Erstes Übungsblatt