Formale Modellierung
Vorlesung 6 vom 26.05.14: Beschreibungslogiken

Serge Autexier & Christoph Lüth

Universität Bremen

Sommersemester 2014

Fahrplan

- Teil I: Formale Logik
  - Einführung
  - Aussagenlogik: Syntax und Semantik, Natürliches Schließen
  - Konsistenz & Vollständigkeit der Aussagenlogik
  - Prädikatenlogik (FOL): Syntax und Semantik
  - Konsistenz & Vollständigkeit von FOL
  - Beschreibungslogiken
  - FOL mit induktiven Datentypen
  - FOL mit Induktion und Rekursion
  - Die Unvollständigkeitssätze von Gödel
- Teil II: Spezifikation und Verifikation

Beschreibungslogiken

- Entscheidbare Fragmente von FOL
- Zusammenhang zu Notation
- Beschreibungslogik, ALC Logik
- ND Kalkül
- Korrektheit & Vollständigkeit
- Logik ALCQI
- Anwendung
- ND Kalkül

Entscheidbare Fragmente

- Aussagenlogik

$$\begin{aligned} \mathcal{F}orm_\Sigma &:= \bot | \top | A | \neg \mathcal{F}orm_\Sigma \\ &| \mathcal{F}orm_\Sigma \wedge \mathcal{F}orm_\Sigma | \mathcal{F}orm_\Sigma \vee \mathcal{F}orm_\Sigma \\ &| \mathcal{F}orm_\Sigma \longrightarrow \mathcal{F}orm_\Sigma | \mathcal{F}orm_\Sigma \longleftrightarrow \mathcal{F}orm_\Sigma \end{aligned}$$

- Beschreibungslogik
  - Nur ein- und zweistellige Prädikate,
  - Nur 2 Variablen für Quantoren linear verwendet, nur Konstanten für Termen
  - $\longrightarrow$ und $\longleftrightarrow$ nie unterhalb von anderen Konnektiven
- Prädikatenlogik

$$\begin{aligned} \mathcal{T}erm_\Sigma &:= f(\mathcal{T}erm_\Sigma, \ldots, \mathcal{T}erm_\Sigma) \\ \mathcal{F}orm_\Sigma &:= \bot | \top | P(\mathcal{T}erm_\Sigma, \ldots, \mathcal{T}erm_\Sigma) | \neg \mathcal{F}orm_\Sigma \\ &| \mathcal{F}orm_\Sigma \wedge \mathcal{F}orm_\Sigma | \mathcal{F}orm_\Sigma \vee \mathcal{F}orm_\Sigma \\ &| \mathcal{F}orm_\Sigma \longrightarrow \mathcal{F}orm_\Sigma | \mathcal{F}orm_\Sigma \longleftrightarrow \mathcal{F}orm_\Sigma \\ &| \forall x. \mathcal{F}orm_\Sigma | \exists x. \mathcal{F}orm_\Sigma \end{aligned}$$

Beschreibungslogik

Nur ein- und zweistellige Prädikate, $\mathrm{Parent}(Steve)$ $\mathrm{hasChild}(Steve, John)$	Nur ein- und zweistellige Prädikate, $\underbrace{\mathrm{Parent}}_{Konzepte}(Steve), \underbrace{\mathrm{hasChild}}_{Rollen}(Steve, John)$
Nur 2 Variablen für Quantoren linear verwendet, nur Konstanten für Termen $\forall x. \mathrm{Parent}(x) \longleftrightarrow \mathrm{Human}(x) \wedge \exists y. \mathrm{hasChild}(x, y) \wedge \mathrm{Human}(y)$	Nur 2 Variablen für Quantoren linear verwendet, nur Konstanten für Termen $\mathrm{Parent} \equiv \mathrm{Human} \sqcap \exists \mathrm{hasChild} . \mathrm{Human}$
$\longrightarrow$ und $\longleftrightarrow$ nie unterhalb von anderen Konnektiven	$\top, \bot, \wedge, \vee, \longrightarrow$ und $\longleftrightarrow$ werden zu $\top, \bot, \sqcap, \sqcup, \sqsubseteq$ und $\equiv$

ALC-Formalisierungen

- Menge aller ALC-Formeln ist ϕ_c
- Wird verwendet um Weltwissen zu beschreiben
- Grundlage von OWL, RDF (Semantic Web)
- Werkzeugunterstützung Protégé zum Beispiel
- Formalisierung besteht aus Terminologie (TBOX) und Annahmen (Assertions, ABOX):
  - TBOX:
    - Inklusionen $C \sqsubseteq D$
    - Definitionen $C \equiv \alpha$, C Name
    - Es darf maximal eine Definition für einen Namen geben
  - ABOX:

$$Parent(Steve), hasChild(Steve, John)$$

Beispiel TBOX

$$\begin{aligned} Man &\sqsubseteq Human \\ Woman &\sqsubseteq Human \\ \mathrm{Parent} &\equiv \mathrm{Human} \sqcap \exists \mathrm{hasChild} . \mathrm{Human} \\ Father &\equiv Parent \sqcap Man \\ Mother &\equiv Parent \sqcap Woman \end{aligned}$$

Familie von Beschreibungslogiken

- ALC: nur atomare Rollen
- ALCN: Zahleneinschränkungen für Rollen, unqualifiziert

$$\leq nR, \geq nR$$

- ALCQ: Zahleneinschränkungen für Rollen, qualifiziert

$$\leq nR.C, \geq nR.C$$

- ALCI: Inverse Rollen

$$\forall R^-.C, \exists R^-.C, \ldots$$

Semantik

Interpretation $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \_^{\mathcal{I}})$

- $\Delta^{\mathcal{I}}$ domäne (Universum), nicht-leer.
- $\_^{\mathcal{I}}$ Abbildung von
  - Individuen auf Elemente von $\Delta^{\mathcal{I}}$,
  - Konzepten auf Teilmengen von $\Delta^{\mathcal{I}}$,
  - Rollen auf Teilmengen von $\Delta^{\mathcal{I}} \times \Delta^{\mathcal{I}}$

Abbildung

$$\begin{aligned}
\top^{\mathcal{I}} &= \Delta^{\mathcal{I}} \\
\bot^{\mathcal{I}} &= \emptyset \\
(\neg C)^{\mathcal{I}} &= \Delta^{\mathcal{I}} \setminus C^{\mathcal{I}} \\
(C \sqcap D)^{\mathcal{I}} &= C^{\mathcal{I}} \cap D^{\mathcal{I}} \\
(C \sqcup D)^{\mathcal{I}} &= C^{\mathcal{I}} \cup D^{\mathcal{I}} \\
(\exists R.C)^{\mathcal{I}} &= \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \exists b.(a, b) \in R^{\mathcal{I}} \land b \in C^{\mathcal{I}}\} \\
(\forall R.C)^{\mathcal{I}} &= \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid \forall b.(a, b) \in R^{\mathcal{I}} \to b \in C^{\mathcal{I}}\}
\end{aligned}$$

$(\le nR)^{\mathcal{I}} = \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid |\{b \mid (a,$

$(\ge nR)^{\mathcal{I}} = \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid |\{b \mid (a,$

$(\le nR.C)^{\mathcal{I}} = \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid |\{b \mid (a,$

$(\ge nR.C)^{\mathcal{I}} = \{a \in \Delta^{\mathcal{I}} \mid |\{b \mid (a,$

Modell

Sei $\mathcal{I} = (\Delta^{\mathcal{I}}, \_^{\mathcal{I}})$ eine Interpretation.

- $\mathcal{I} \models C(a)$ gdw. $a^{\mathcal{I}} \in C^{\mathcal{I}}$
- $\mathcal{I} \models R(a, b)$ gdw. $(a^{\mathcal{I}}, b^{\mathcal{I}}) \in R^{\mathcal{I}}$

ND Kalkül für ALC

Alexandre Rademaker. *A Proof Theory for Description Logics*, PhD Thesis, PUC-Rio, Bresil, March 2010

Axiomatisierung von ALC

$$\forall R.(\alpha \sqcap \beta) \equiv \forall R.\alpha \sqcap \forall R.\beta \tag{1}$$
$$\forall R.\top \equiv \top \tag{2}$$
$$\exists R.(\alpha \sqcup \beta) \equiv \exists R.\alpha \sqcup \exists R.\beta \tag{3}$$
$$\exists R.\bot \equiv \bot \tag{4}$$

- Einige Fakten
  - Falls $\vdash \alpha$ gilt, dann auch $\vdash \forall R.\alpha$ (Necessitation)
  - If $C \sqsubseteq D$ then $\exists R.C \sqsubseteq \exists R.D$
  - If $C \sqsubseteq D$ then $\forall R.C \sqsubseteq \forall R.D$

Labelled Formel

$$L := \forall R, L | \exists R, L | \epsilon$$
$$\phi_{lc} := {}^{L}\phi c$$

Aus labelled Formel kann immer die normale Formel wieder berechnet werden

$$\begin{aligned}
\sigma({}^{\epsilon}\alpha) &= \alpha \\
\sigma({}^{\forall R, L}\alpha) &= \forall R.\sigma({}^{L}\alpha) \\
\sigma({}^{\exists R, L}\alpha) &= \exists R.\sigma({}^{L}\alpha)
\end{aligned}$$

- Notation

$${}^{L\forall}\alpha, {}^{L\exists}\alpha,$$

Wenn alle Labels der Form $\forall R$ bzw. $\exists R$ sind

Kalkül des natürlichen Schließen für ALC

$$\frac{{}^{L^\forall}(\alpha \sqcap \beta)}{{}^{L^\forall}\alpha}\ \sqcap\text{-e} \qquad \frac{{}^{L^\forall}(\alpha \sqcap \beta)}{{}^{L^\forall}\beta}\ \sqcap\text{-e} \qquad \frac{{}^{L^\forall}\alpha \quad {}^{L^\forall}\beta}{{}^{L^\forall}(\alpha \sqcap \beta)}\ \sqcap\text{-i}$$

$$\frac{{}^{L^\exists}(\alpha \sqcup \beta) \quad \begin{matrix}[{}^{L^\exists}\alpha] \\ \vdots \\ \gamma\end{matrix} \quad \begin{matrix}[{}^{L^\exists}\beta] \\ \vdots \\ \gamma\end{matrix}}{\gamma}\ \sqcup\text{-e} \qquad \frac{{}^{L^\exists}\alpha}{{}^{L^\exists}(\alpha \sqcup \beta)}\ \sqcup\text{-i} \qquad \frac{{}^{L^\exists}\beta}{{}^{L^\exists}(\alpha \sqcup \beta)}\ \sqcup\text{-i}$$

Kalkül des natürlichen Schließen für ALC

$$\frac{{}^{L}\alpha \quad {}^{\neg L}\neg\alpha}{\bot}\ \neg\text{-e} \qquad \frac{\begin{matrix}[{}^{L}\alpha] \\ \vdots \\ \bot\end{matrix}}{{}^{\neg L}\neg\alpha}\ \neg\text{-i} \qquad \frac{\begin{matrix}[{}^{\neg L}\neg\alpha] \\ \vdots \\ \bot\end{matrix}}{{}^{L}\alpha}\ \bot_c$$

$$\frac{{}^{L}\exists R.\alpha}{{}^{L,\exists R}\alpha}\ \exists\text{-e} \qquad \frac{{}^{L,\exists R}\alpha}{{}^{L}\exists R.\alpha}\ \exists\text{-i} \qquad \frac{{}^{L}\forall R.\alpha}{{}^{L,\forall R}\alpha}\ \forall\text{-e}$$

Kalkül des natürlichen Schließen für ALC

$$\frac{{}^{L,\forall R}\alpha}{{}^{L}\forall R.\alpha}\ \forall\text{-i} \qquad \frac{{}^{L_1}\alpha \quad {}^{L_1}\alpha \sqsubseteq {}^{L_2}\beta}{{}^{L_2}\beta}\ \sqsubseteq\text{-e} \qquad \frac{\begin{array}{c}[{}^{L_1}\alpha]\\ \vdots \\ {}^{L_2}\beta\end{array}}{{}^{L_1}\alpha \sqsubseteq {}^{L_2}\beta}\ \sqsubseteq\text{-i}$$

$$\frac{{}^{L}\alpha}{{}^{\forall R,L}\alpha}\ Gen$$

Korrektheit & Vollständigkeit

- $ND_{\mathcal{ALC}}$ ist korrekt
- $ND_{\mathcal{ALC}}$ ist vollständig
- Gegeben Annahmen T und zu beweisende ALC Formel α und ein voll-expandierter ND-Ableitungsbaum P:
  - Falls P kein Beweis ist, dann kann daraus ein Gegenbeispiel für $T \vdash \alpha$ extrahiert werden.
  - Entscheidbarkeit

Die Logik ALCQI

Familie von Beschreibungslogiken

- ALC: nur atomare Rollen
- ALCN: Zahleneinschränkungen für Rollen, unqualifiziert

$$\leq nR, \geq nR$$

- ALCQ: Zahleneinschränkungen für Rollen, qualifiziert

$$\leq nR.C, \geq nR.C$$

- ALCI: Inverse Rollen

$$\forall R^{-}.C, \exists R^{-}.C, \ldots$$

Die Logik ALCQI

- Konzepte und Rollen

$$\alpha := \perp | A | \neg\alpha | \alpha_1 \sqcap \alpha_2 | \alpha_1 \sqcup \alpha_2 | \forall P.\alpha | \exists P.\alpha | \leq nP.\alpha \geq nP.\alpha$$
$$P := R | R^{-}$$

- TBox wie gehabt, ABox auch
- Labeled Formeln

$$L := \forall P, L | \exists P, L | \leq nP, L | \geq nP, L | \epsilon$$
$$\phi_{cl} := {}^{L}\phi_c$$

Kalkül des natürlichen Schließen für ALCQI

$$\frac{{}^{L^{\forall\geq}}(\alpha \sqcap \beta)}{{}^{L^{\forall\geq}}\alpha}\ \sqcap\text{-e} \qquad \frac{{}^{L^{\forall\geq}}(\alpha \sqcap \beta)}{{}^{L^{\forall\geq}}\beta}\ \sqcap\text{-e} \qquad \frac{{}^{L^{\forall\leq}}\alpha \quad {}^{L^{\forall\leq}}\beta}{{}^{L^{\forall\leq}}(\alpha \sqcap \beta)}\ \sqcap\text{-i}$$

$$\frac{{}^{L^{\exists\leq}}(\alpha \sqcup \beta) \quad \begin{array}{c}[{}^{L^{\exists\leq}}\alpha]\\ \vdots \\ \gamma\end{array} \quad \begin{array}{c}[{}^{L^{\exists\leq}}\beta]\\ \vdots \\ \gamma\end{array}}{\gamma}\ \sqcup\text{-e} \qquad \frac{{}^{L^{\exists\geq}}\alpha}{{}^{L^{\exists\geq}}(\alpha \sqcup \beta)}\ \sqcup\text{-i} \qquad \frac{{}^{L^{\exists\geq}}\beta}{{}^{L^{\exists\geq}}(\alpha \sqcup \beta)}\ \sqcup\text{-i}$$

Kalkül des natürlichen Schließen für ALCQI

$$\frac{{}^{L^{\forall\exists}}\alpha \quad \neg{}^{L^{\forall\exists}}\neg\alpha}{\perp}\ \neg\text{-e} \qquad \frac{\begin{array}{c}[{}^{L^{\forall\exists}}\alpha]\\ \vdots \\ \perp\end{array}}{\neg{}^{L^{\forall\exists}}\neg\alpha}\ \neg\text{-i} \qquad \frac{\begin{array}{c}[\neg{}^{L^{\forall\exists}}\neg\alpha]\\ \vdots \\ \perp\end{array}}{{}^{L^{\forall\exists}}\alpha}\ \perp_c$$

$$\frac{{}^{L}\exists R.\alpha}{{}^{L,\exists R}\alpha}\ \exists\text{-e} \qquad \frac{{}^{L,\exists R}\alpha}{{}^{L}\exists R.\alpha}\ \exists\text{-i} \qquad \frac{{}^{L}\forall R.\alpha}{{}^{L,\forall R}\alpha}\ \forall\text{-e}$$

Kalkül des natürlichen Schließen für ALCQI

$$\frac{{}^{L,\forall R}\alpha}{{}^{L}\forall R.\alpha}\ \forall\text{-i} \qquad \frac{{}^{L}\leq nR.\alpha}{{}^{L,\leq nR}\alpha}\ \leq\text{-e} \qquad \frac{{}^{L,\leq nR}\alpha}{{}^{L}\leq nR.\alpha}\ \leq\text{-i}$$

$$\frac{{}^{L}\geq nR.\alpha}{{}^{L,\geq nR}\alpha}\ \geq\text{-e} \qquad \frac{{}^{L,\geq nR}\alpha}{{}^{L}\geq nR.\alpha}\ \geq\text{-i}$$

$$\frac{{}^{\exists R,L}\alpha}{{}^{\geq 1R,L}\alpha}\ \geq\exists \qquad \frac{{}^{\geq nR,L}\alpha}{{}^{\exists R,L}\alpha}\ \exists\geq\ (n \geq 1)$$

Kalkül des natürlichen Schließen für ALCQI

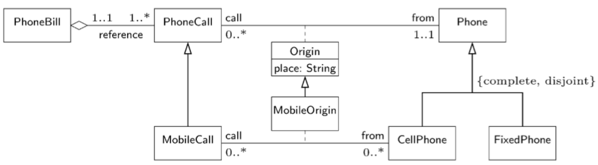
$$\frac{{}^{\geq mR,L}\alpha}{{}^{\geq nR,L}\alpha} - \geq (m \geq n) \qquad \frac{{}^{\leq mR,L}\alpha}{{}^{\leq nR,L}\alpha} + \geq (m \leq n) \qquad \frac{{}^{L}\alpha}{{}^{\forall R,L}\alpha}\ Gen$$

$$\frac{{}^{L_1}\alpha \quad {}^{L_1}\alpha \sqsubseteq {}^{L_2}\beta}{{}^{L_2}\beta} \sqsubseteq\text{-e} \qquad \frac{\begin{matrix}[{}^{L_1}\alpha]\\ \vdots \\ {}^{L_2}\beta\end{matrix}}{{}^{L_1}\alpha \sqsubseteq {}^{L_2}\beta} \sqsubseteq\text{-i} \qquad \frac{{}^{\exists R,L_1}\alpha \sqsubseteq {}^{L_2}\beta}{{}^{L_1}\alpha \sqsubseteq {}^{\forall R^-,L_2}\beta}\ inv$$

Korrektheit und Vollständigkeit

- $ND_{\mathcal{ALCQI}}$ ist korrekt
- $ND_{\mathcal{ALCQI}}$ ist vollständig
- Gegeben Annahmen T und zu beweisende ALCQI Formel α und ein voll-expandierter ND-Abeltiungsbaum P:
  - Falls P kein Beweis ist, dann kann daraus ein Gegenbeispiel für $T \vdash \alpha$ extrahiert werden.
  - Entscheidbarkeit

Anwendung: UML



Anwendung: UML Diagramm als TBOX

$$\begin{aligned}
\texttt{Origin} &\sqsubseteq \forall\texttt{place.String}\\
\texttt{Origin} &\sqsubseteq \exists\texttt{place.}\top \sqcap (\leq 1\ \texttt{place})\\
\texttt{Origin} &\sqsubseteq \exists\texttt{call.PhoneCall} \sqcap (\leq 1\ \texttt{call}) \sqcap \exists\texttt{from.Phone} \sqcap (\leq 1\ \texttt{from})\\
\texttt{MobileOrigin} &\sqsubseteq \exists\texttt{call.MobileCall} \sqcap (\leq 1\texttt{call}) \sqcap \exists\texttt{from.CellPhone} \sqcap (\leq 1\ \texttt{from})\\
\texttt{PhoneCall} &\sqsubseteq (\geq 1\ \texttt{call}^-\texttt{.Origin}) \sqcap (\leq 1\ \texttt{call}^-\texttt{.Origin})\\
\top &\sqsubseteq \forall\texttt{reference}^-\texttt{.PhoneBill} \sqcap \forall\texttt{reference.PhoneCall}\\
\texttt{PhoneBill} &\sqsubseteq (\geq 1\ \texttt{reference}^-)\\
\texttt{PhoneCall} &\sqsubseteq (\geq 1\ \texttt{reference}) \sqcap (\leq 1\ \texttt{reference})\\
\texttt{MobileCall} &\sqsubseteq \texttt{PhoneCall}\\
\texttt{MobileOrigin} &\sqsubseteq \texttt{Origin}\\
\texttt{CellPhone} &\sqsubseteq \texttt{Phone}\\
\texttt{FixedPhone} &\sqsubseteq \texttt{Phone}\\
\texttt{CellPhone} &\sqsubseteq \neg\texttt{FixedPhone}\\
\texttt{Phone} &\sqsubseteq \texttt{CellPhone} \sqcup \texttt{FixedPhone}
\end{aligned}$$

Anwendung: Beweis von Eigenschaften des UML Diagramms

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{[\geq 2\ \texttt{c}^-\texttt{.MO}]^2 \quad \cfrac{\texttt{MO} \sqsubseteq \texttt{O}}{\geq 2\ \texttt{c}^-\texttt{.MO} \sqsubseteq\ \geq 2\ \texttt{c}^-\texttt{.O}}}{\geq 2\ \texttt{c}^-\texttt{.O}} \quad \cfrac{\cfrac{\cfrac{[\texttt{MC}]^1 \quad \texttt{MC} \sqsubseteq \texttt{PC}}{\texttt{PC}} \quad \texttt{PC} \sqsubseteq\ \geq 1\ \texttt{c}^-\texttt{.O} \sqcap \leq 1\ \texttt{c}^-\texttt{.O}}{\geq 1\ \texttt{c}^-\texttt{.O} \sqcap \leq 1\ \texttt{c}^-\texttt{.O}}}{\leq 1\ \texttt{c}^-\texttt{.O}}}{\cfrac{\bot}{\neg \geq 2\ \texttt{c}^-\texttt{.MO}}\ 2}}{\texttt{MC} \sqsubseteq \neg \geq 2\ \texttt{c}^-\texttt{.MO}}\ 1$$

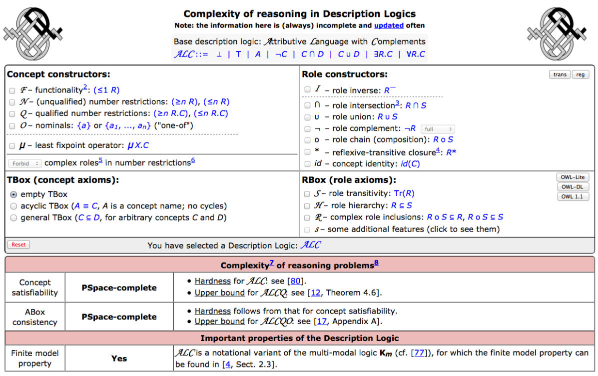
- ND-Beweis, dass jeder *MobileCall* maximal einen *MobileOrigin* hat.

Anwendung: Konsistenz des UML Diagramms

$$\cfrac{\cfrac{\cfrac{\texttt{Cell} \sqsubseteq \neg\texttt{Fixed} \quad [\texttt{Cell}]^1}{\neg\texttt{Fixed}} \quad \cfrac{\texttt{Cell} \sqsubseteq \texttt{Fixed} \quad [\texttt{Cell}]^1}{\texttt{Fixed}}}{\bot}}{\texttt{Cell} \sqsubseteq \bot}\ 1$$

- Neues Axiom *CellPhone* $\sqsubseteq$ *FixedPhone*
- Inkonsistenz

Eigenschaften von Beschreibungslogiken



Complexity of reasoning in Description Logics

Note: the information here is (always) incomplete and updated often

Base description logic: Attributive Language with Complements

$\mathcal{ALC}$ ::= $\bot$ | $\top$ | A | $\neg C$ | $C \sqcap D$ | $C \sqcup D$ | $\exists R.C$ | $\forall R.C$

Concept constructors:

- $\mathcal{F}$ – functionality[2]: $(\leq 1\ R)$
- $\mathcal{N}$ – (unqualified) number restrictions: $(\geq n\ R)$, $(\leq n\ R)$
- $\mathcal{Q}$ – qualified number restrictions: $(\geq n\ R.C)$, $(\leq n\ R.C)$
- $\mathcal{O}$ – nominals: $\{a\}$ or $\{a_1, \ldots, a_n\}$ ("one-of")
- μ – least fixpoint operator: $\mu X.C$

Forbid complex roles[5] in number restrictions[6]

Role constructors: trans reg

- $\mathcal{I}$ – role inverse: R^-
- $\cap$ – role intersection[3]: $R \cap S$
- $\cup$ – role union: $R \cup S$
- $\neg$ – role complement: $\neg R$ full
- $\circ$ – role chain (composition): $R \circ S$
- $*$ – reflexive-transitive closure[4]: R^*
- id – concept identity: $id(C)$

TBox (concept axioms):

- empty TBox
- acyclic TBox ($A \equiv C$, A is a concept name; no cycles)
- general TBox ($C \sqsubseteq D$, for arbitrary concepts C and D)

RBox (role axioms): OWL-Lite OWL-DL OWL 1.1

- $\mathcal{S}$ – role transitivity: $Tr(R)$
- $\mathcal{H}$ – role hierarchy: $R \sqsubseteq S$
- $\mathcal{R}$ – complex role inclusions: $R \circ S \sqsubseteq R$, $R \circ S \sqsubseteq S$
- s – some additional features (click to see them)

Reset You have selected a Description Logic: $\mathcal{ALC}$

Complexity[7] of reasoning problems[8]		
Concept satisfiability	**PSpace-complete**	• Hardness for $\mathcal{ALC}$: see [80]. • Upper bound for $\mathcal{ALCQ}$: see [12, Theorem 4.6].
ABox consistency	**PSpace-complete**	• Hardness follows from that for concept satisfiability. • Upper bound for $\mathcal{ALCQO}$: see [17, Appendix A].
Important properties of the Description Logic		
Finite model property	**Yes**	$\mathcal{ALC}$ is a notational variant of the multi-modal logic $\mathbf{K}_m$ (cf. [77]), for which the finite model property can be found in [4, Sect. 2.3].

http://www.cs.man.ac.uk/~ezolin/dl/

http://dl.kr.org

Zusammenfassung und Nächste Woche

- Fragmente von Prädikatenlogik, die noch entscheidbar sind
- Beispiel: Familie der Beschreibungslogiken
- Grundlegene Beschreibungslogik ALC
- Fortgeschrittene Beschreibungslogik ALCQI
  - Modellierung von UML-Diagrammen
- Prädikatenlogik mit Induktion